Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра «Экономическая безопасность»

У9(2).я7
Г953

В.Г. Гурлев, Т.С. Хомякова

# СТАТИСТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ ОЦЕНКИ ГИПОТЕЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ

Учебное пособие

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2020

ББК У9(2) – 983.я7
Г953

*Одобрено*
*учебно-методической комиссией*
*Высшей школы экономики и управления*

*Рецензенты:*
*Пудовкин В.В., Галкина Л.Н.*

Г953 **Статистический инструментарий оценки гипотез экономической безопасности предприятий:** учебное пособие / В.Г. Гурлев, Т.С. Хомякова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2020. – 78 с.

Учебное пособие составлено в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность».Пособие поможет студенту в формировании знаний в области статистической методологии национального счетоводства и макроэкономических расчётов по дисциплинам курса «Практикум по судебной экономической экспертизе», «Денежная и банковская статистика», «Информационно-аналитическое обеспечение экономической безопасности». В пособии представлены методы и способы статистических измерений и наблюдений экономических явлений, классификационные признаки, содержит характеристику целей и задач практических занятий, планы и тематику практических занятий, семестровые задания и образцы их выполнения, обеспечивающую литературу.

ББК У9(2) – 983.я7

## ОГЛАВЛЕНИЕ

## ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие составлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности «Экономическая безопасность» (уровень специалитет).

Целью проведения практических занятий является: формирование у будущих специалистов знаний и умений в области статистической отчётности, умения анализировать расчетные данные; помощь в освоении методовматематической обработки показателей в изучаемых направлениях – анализ результатов по судебно-экономической экспертизе; информационно-аналитической обработки информации, формировании и систематизизации знаний в области денежной и банковской статистики; изучение методов анализа прикладных задач.

Учебное пособие содержит методы и инструментарии оценки статистических показателей, материалы консультативных фирм и нормативных документах, отчётных данных. В пособии приведены примеры оценки судебно-экономической экспертизы.

Представлена методика оценки деятельности предприятий в виде разработанных индикаторов комплексной оценки экономической и энергетической безопасности предприятий, расчеты и поиск решений с помощью компьютерной программы «Plan-Ex».

## 1. МЕТОДЫ И ИНСТРУМЕНТАРИИ ОЦЕНКИ

Оценка экономического состояния и хозяйственной эффективности функционирования предприятий РФ непосредственно связана с обеспечением их экономической безопасности. «Экономическая безопасность» представлена как совокупность условий и факторов, обеспечивающих независимость экономики предприятий её стабильность и устойчивость, способность к постоянному обновлению и самосовершенствованию [8]. В представленном случае выделены три её элемента: экономическая самостоятельность предприятий и конкурентоспособность; стабильность и устойчивость экономического состояния предприятий; способность к саморазвитию и прогрессу. Поэтому состояние экономической безопасности предприятий РФ возможно рассмотреть в комплексе производственной, технологической, энергетической и информационной составляющих. В свою очередь, энергетическая безопасность предприятий связана с энергетическим обеспечением предприятий, в том количестве и в том качестве, которое требуется при существующих экономических условиях.

Методика оценки деятельности предприятий может быть представлена моделями в виде разработанных индикаторов комплексной оценки экономической и энергетической безопасности предприятий РФ. В данном учебном пособии в виде компьютерной программы «Plan-Ex»[1] (рис.1) [7]:

---

[1]Программный комплекс управления и регистрации жилого фонда – Houserecordfor Windows / Гурлев В.Г., Хомякова Т.С., Атаманченко Т.И.; Свидетельство о государст-

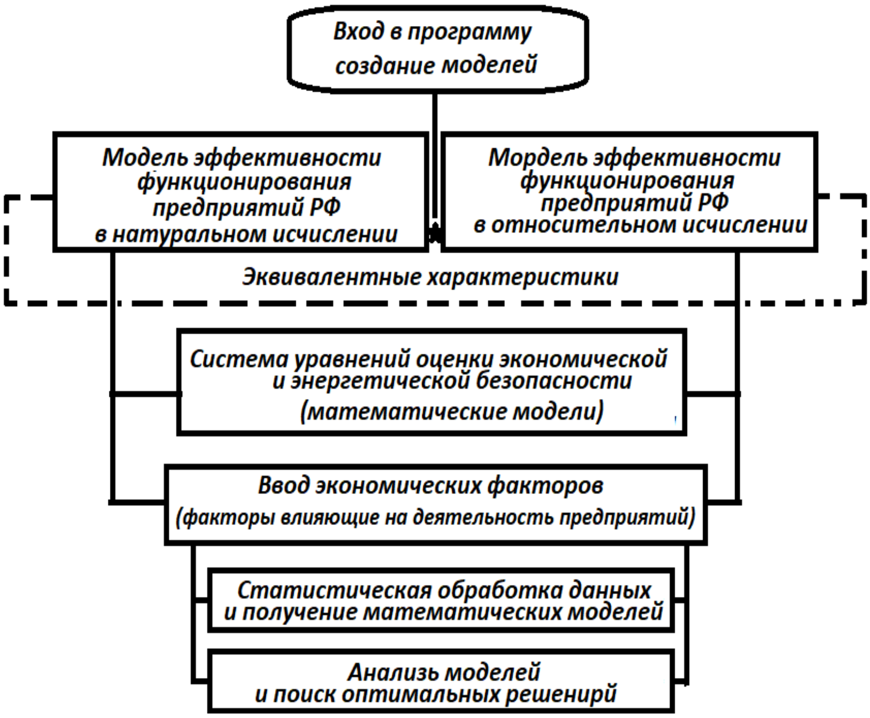


Рис. 1. Алгоритм программ по созданию моделей и базы данных

- организационно-управленческая модель управления производственно-эксплуатационным состоянием экономики РФ;
- математическая модель, характеризующая влияния экономических факторов на экономическую и энергетическую безопасность предприятий РФ.

Реально уровень ***экономической и энергетической безопасности предприятия является*** характеристика его хозяйственной деятельности. Данная категория особенно существенна для предприятий РФ, которые считаются «проблемными» или переживают кризис. В основном это затрагивает формирование стратегических интересов предприятия и соответственно их количественного толкования посредством показателей – индикаторов, и рис. 2. Представленный перечень показателей табл. 1 (индикаторы-коэффициенты) является основополагающим, так как они способствуют обеспечение единства методологической базы по организации управления предприятием и прогнозирования его хозяйственной деятельности. Показатели оценки обладают высокой достоверностью, т. к. они отображают реальное положение дел и результатов, которые основываются на хозяйственной деятельности предприятий РФ. Именно эти коэффициенты-индикаторы составляют основу соблюдения интересов предприятия и его

венной регистрации программ для ЭВМ № 2015660576; заявл. 17.08.15; регистр. 02.10.15, заявка № 2015617537.

экономической и энергетической безопасности. Поиск путей, направленных на выбор решений различными группами пользователей финансовыми и экономическими показателями можно осуществлятьна основе величин финансовой устойчивости, кредитоспособности или рентабельности.

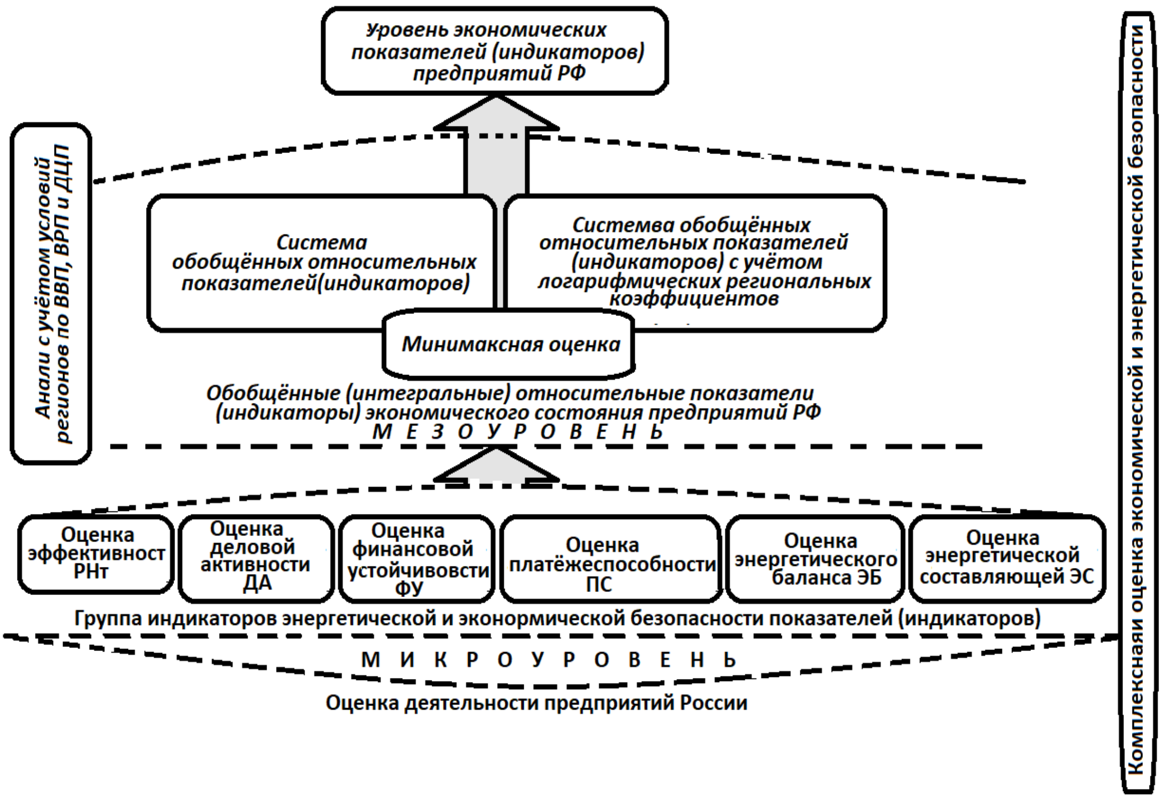


Рис. 2. Структурная схема оценки экономической и энергетической безопасности предприятий РФ

*Математическая модель* влияния факторов на показатели оценки экономической и энергетической безопасности предприятий России в общем виде описывается функцией $\psi$, связывающей воздействие отчётных данных (например, валюты баланса, чистой прибыли, объёма производства, затраты предприятий на потребление энергии, доли заемного капитала и т. д.) на основу соблюдения интересов предприятий. Функция $\psi$, представляющая собой комплекс уравнений индикаторов, имеет вид

$$\psi = \varphi(x_1, x_2, x_3 \dots x_m, \dots F, \gamma)\ ,$$

где $x_1, x_2, x_3 \dots x_m$ – факторы, воздействующие на функцию $\psi$ (основные отчётные финансовые и экономические показатели); $F$ *и* $\gamma$ – внутренние «шумы» (погрешности в расчётах, скрываемые данные, искажения в данныхфинансовых отчётах, эмоциональный фон и т. п.).

Комплексная оценка экономической и энергетической безопасности эффективности функционирования предприятий жилищно-коммунальной сферы субъектов РФ производится по системе показателей (табл. 1 и табл. 2), отражающих современное их состояние [9]. Представляет значительный интерес анализ деятельности предприятий по регионам РФ. Необходимо изучить и разработать алгоритм оценки влияния экономических факторов на основе представления коэффициентов эластичности и математических моделей на хозяйственную деятельность предприятий РФ. Следовательно, основополагающим критерием развития регионов является экономический рост, который характеризует итог хозяйственной деятельности государства, уровень его благополучия и надежность гарантии его экономической безопасности и независимости. Комплексная оценка экономической и энергетической безопасности предприятий регионов России во многом зависит от воздействия того насколько обновляются и рационально используются основные фонды степень их износа. Кроме того, на стабильную деятельность предприятий также влияют такие факторы как наличие кредиторской и дебиторской задолженностей, инвестиции в основной капитал, по видам экономической деятельности, расходы консолидированных бюджетов и т.д.

В табл. 1 и табл. 2 приведён перечень и вид исследуемых факторов, выбранных и сгруппированных (Гр-1, Гр-2,…) деятельности предприятий РФ с учётом корреляционных связей. При выборе граничных значений факторов (максимальные и минимальные значения) учитывалась соразмерность величин экономических отчётных показателей предприятий РФ соответствующих регионов. При этом принимались во внимание показатели статистической оценки на однородность по $G_{max}$. – критерию Кохрена и выбранного уровня значимости (α=0,05)[2] [3]. Для расчёта оцениваемых показателей и их статистической обработки установлены граничные значения, которые выбраны и оценены по системе критериев однородности и адекватности [4]. Анализ факторов произведён в натуральных значениях и в кодированных величинах[3].

При выборе граничных значений факторов (максимальные и минимальные значения) учитывалась соразмерность величин экономических отчётных показателей предприятий РФ соответствующих регионов. При этом принимались во внимание показатели статистической оценки на однородность по $G_{max}$. – критерию Кохрена и выбранного уровня значимости (α=0,05). Для расчёта оцениваемых показателей и их статистической обработки установлены граничные значения, которые выбраны и оценены по системе критериев однородности и адекватности [1]. Анализ факторов произведён в натуральных значениях и в кодированных величинах.

---

[2]Андронов, А.М. Теория вероятностей и математическая статистика Текст. / А.М. Андронов, Е.Л. Копытов, Л.Я. Гринглаз. – СПб.: Питер, 2004. – 464 с. – 1.BN 5-94723-615-X.

[3] Гурлев В.Г., Хомякова Т.С. Математическая обработка результатов по судебно-экономичесукой экспертизе: учебное пособие – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2018. – 95 с.

Таблица 1

## Классификация факторов, влияющих на прибыльность предприятий и сальдированный финансовый результат (СФР) (результаты деятельности предприятий, фрагмент)

| Номер п.п. | Принадлежность к группе | Наименование факторов. Ед. измерения | Код фактора. Граничные значения | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | код | Граничные значений | Разбивка по сальдированному финансовому результату (СФР) | | | | |
| | | | | | СФР<0(-) | | | ФР>0(+) | |
| | | | | | Гр-1 | Гр-2 | Гр-3 | Гр-4 | Гр-5 |
| 1 | Факторы, характеризующие задолженность | Кредиторская задолженность, млн. руб | КрЗд -Х-1-1 | min | 3000 | 700 | 365 | 4000 | 180 |
| | | | | max | 7500 | 2000 | 2000 | 18000 | 1000 |
| 2 | | Кредиторская задолженность, % от общей задолженности | КрЗд% -Х-1-2 | min | 14 | 10 | 12,67 | 10 | 11 |
| | | | | max | 75 | 50 | 70 | 45 | 61 |
| 3 | | Дебиторская задолженность в млн. руб | ДбЗд -Х-2-1 | min | | | | | |
| | | | | max | | | | | |
| 4 | | Дебиторская задолженность, % от общей величины | ДбЗд,% -Х-2-2 | min | 7 | 6,3 | 6 | 7 | 5,5 |
| | | | | max | 13 | 14 | 12 | 13 | 8,5 |
| 5 | | Стоимость товара и услуг, тыс.руб/чел | Ст-Ус -Х-2-3 | min | 2 | 0,9 | 1,1 | 1,0 | 0,7 |
| | | | | max | 6,5 | 1,9 | 4,1 | 5,0 | 1,5 |
| 6 | Факторы, характеризующие затраты на ремонт и реконструкцию | Затраты на капитальный ремонт, млн. руб | ЗТрКпРм -Х-3-1 | min | 800 | 600 | 550 | 800 | 360 |
| | | | | max | 2150 | 2000 | 3000 | 3500 | 1600 |
| 7 | | Площадь отремонтированных помещений, тыс. $м^2$ | Отр-Пм -Х-3-2 | min | 350 | 150 | 320 | 200 | 200 |
| | | | | max | 2000 | 700 | 1800 | 1100 | 1100 |
| 8 | Факторы, характеризующие затраты на ремонт и реконструкцию | Удельная стоимость капитального ремонта, тыс. руб/$м^2$ | СтК-Рм -Х-3-2 | min | 28 | 2,5 | 15,5 | 29,5 | 26,5 |
| | | | | max | 160 | 13,0 | 90,0 | 170 | 150 |
| 9 | Факторы, характеризующие инвестиции в основной капитал. Консолидированные расходы | Инвестиции в ОК, млн. руб | ИнвОК -Х-4-1 | min | 1980 | 500 | 3150 | 5850 | 360 |
| | | | | max | 11500 | 2550 | 18000 | 29000 | 1930 |
| 10 | | Консолидированные расходы, млн. руб | КНсРс -Х-4-2 | min | 37000 | 6150 | 32900 | 36000 | 13500 |
| | | | | max | 200000 | 26000 | 185000 | 200000 | 75000 |

Таблица 2

## Оценочные показатели (индикаторы) и факторы на них влияющие*

| Номер п.п. | Принадлежность | Группировка показателей (индикаторов) по функциональному признаку. | Наименование показателя (индикатора) в группе (код коэф.). Характеристика показателя | | Расчётная формула | Наименование и код факторов |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Группа внутренних факторов | | | | | | |
| 1 | Экономическая безопасность | 1. Оценка эффективности | 1. Оценка рентабельности. Характеризует инвестиционный потенциал предприятий. Использования предприятием заемных средств, которое влияют на величину рентабельности собственного капитала (СК). Сопоставления экономического эффекта деятельности менеджмента Зэ, в виде экономии затрат при более рациональном использовании энергии и расходов Зэн на осуществление организационно-технических мероприятий | Y-1-1. Коэф. рентабельности совокупного капитала (активов) (Returnonassets – ROA) | $ROA = \frac{ЧП}{ОА + ВА}$ | ОА – оборотные активы, тыс. руб. – Х-1-1.<br>Зобщ – общ. затраты энергии на производство продукции, Гкал-ч. – Х-1-2.<br>УЭБ – показатель удельной энергоёмкости за единицу анализируемой продукции, Гкал-ч/шт. – Х-1-3.<br>$V_{потр}^{год}$ – общий объём потребляемой энергии в год, Гкал-ч. – Х-1-4.<br>$\overline{V}_{огр}$ – усреднённый объём ограничений энергоснабжения, Гкал-ч – Х-2-1.<br>ВА – вне оборотные активы предприятий, тыс. руб. – Х-2-2.<br>N – энергетическая нагрузка соответствующая потребления энергии предприятием, Гкал-ч. – Х-2-3.<br>$ЭП_{Баз}$ – базовый показатель удельной энергоёмкости за единицу продукции, Гкал-ч/шт. – Х-2-6.<br>Д – дивиденты выплаченные акционерам, тыс. руб. – Х-2-7.<br>$ЗК_к$ – заёмный краткосрочный капитал, тыс. руб. – Х-3-10.<br>ССП – ставка ссудного процента – Const(РФ).<br>ЭП – энергопроизводительность предприятия отчётного периода, тыс. руб/Гкал-ч. |
| 2 | | | | Y-1-2. ЭФР – эффект финансового рычага (финансовый «левередж») | $ЭФР = 0{,}8 * \left(\frac{ОП}{ОА + ВА} - ССП\right)\frac{ЗК_к}{СК}$<br>Оценка уровня риска по колебаниям чистой прибыли, вызванным постоянной величиной затрат предприятия по обслуживанию долга | |
| 3 | | | | Y-1-3. ROE – коэф. рентабельности СК | $ROE = \frac{ЧП}{СК}$ | |
| 4 | Энергетическая безопасность | | | Y-1-4. $К_{ЭМндж}$– коэф. эффективности энергетического менеджмента | $К_{ЭМндж} = \frac{З_Э}{З_{Эн}}$ | |
| 5 | | | 1. Оценка энергетического эффекта. Характеристика эффективности использования энергии – выпуск продукции в стоимостном выражении на 1 руб. использованной энергии | Y-1-5. $К_{ЭнПр}$ – коэф. энергетической производительности | $К_{ЭнПр} = \frac{ЭП}{ЭП_{баз}}$ ;<br>$ЭП = \frac{ОП}{V_{потр}^{год}}$ ,<br>$К_{ЭнПр} = \frac{ОП * ЭП_{баз}}{V_{потр}^{год}}$ | |

Продолжение табл. 2

| Номер п.п. | Принадлежность | Группировка показателей (индикаторов) по функционально-му признаку. | Наименование показателя (индикатора) в группе (код коэф.). Характеристика показателя | | Расчётная формула | Наименование и код факторов |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Группа внутренних факторов (продолжение) | | | | | | |
| 6 | Экономическая безопасность | 2. Оценка деловой активности (ДА) | 2. Оценка деловой активности. Характеристика работы предприятия относительно величины авансированных ресурсов (величины их потребления) в процессе производства | Y-2-6. КОа – коэф. оборачиваемости всех используемых активов | $КО_а = \frac{ОП}{ОА + ВА}$ | $ФК_р$ – привлеченный финансовый (банковский) кредит, тыс. руб.– Х-2-8.<br>$\overline{V}_{потр}$ – усреднённый объём потребления энергии, Гкал-ч – Х-3-3.<br>$З_{Эн}$ – предыдущие (плановые) затраты на потребление энергии в год, тыс. руб/год – Х-3-6.<br>$V_{вэп}$ – объём потребляемой энергии за счёт использования ВЭПр, (Внешний энергетический производитель), Гкал-ч. – 3-8.<br>СК – собственный капитал (капитал и резервы, тыс. руб. – Х-3-9.<br>$ЗК_к$ – заёмный краткосрочный капитал, тыс. руб. – Х-3-10.<br>ЧП – чистая прибыль, тыс. руб. – Х-4-1.<br>$\overline{V}_{пр}$ – усреднённый объём производства энергии, Гкал-ч – Х-4-2.<br>$N^{max}$ – энергетическая нагрузка соответствующая производству энергии энергосистемы, Гкал-ч. – Х-4-4.<br>ОП – объём выпускаемой продукции в стоимостном выражении, тыс. руб. – Х-4-6.<br>ЭП – энергопроизводительность предприятия отчётного периода, тыс. руб/Гкал-ч. |
| 7 | | | | Y-2-7. $ПО_{СК}$ – период оборота собственного капитала, в днях | $ПО_{СК} = \frac{СК * 365}{ОП}$ | |
| 8 | | 3. Оценка финансовой устойчивости (ФУ) | 3. Оценка финансовой устойчивости. Характеризует надёжность гарантированной платежеспособности | Y-3-8. КФЗ – коэф. финансовой зависимости | $КФЗ = \frac{ОА + ВА}{СК}$ | |
| 9 | Энергетическая безопасность | | | Y-3-9. $К_{УЭР}$ – коэф. оценки темпа увеличения (снижения) СК за счёт ФХД | $К_{УЭР} = \frac{ЧП - Д}{СК}$ | |
| 10 | | | | Y-3-10. КМск – коэффициент маневренности СК | $КМ_{СК} = \frac{ОА}{СК}$ | |
| 11 | Экономическая безопасность | 4. Оценка платёжеспособности (ПС) | 4. Оценка платёжеспособности. Оценка стабильности рассчитываться по своим обязательствам | Y-4-11. КАЛ – коэф. абсолютной ликвидности или «кислотный тест». | $КАЛ = \frac{ДСр + ФК_р}{ЗК_к + ФК_р}$ | |
| 12 | | | | Y-4-12. КТЛ –коэф. оценки текущей ликвидности. | $КТЛ = \frac{ОА}{ЗК_к + ФК_р}$ | |

Продолжение табл. 2

| Номер п.п. | Принадлежность | Группировка показателей (индикаторов) по функциональному признаку. | Наименование показателя (индикатора) в группе (код коэф.). Характеристика показателя | | Расчётная формула | Наименование и код факторов |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Группа внутренних факторов (продолжение) | | | | | | |
| 13 | Энергетическая безопасность | 5. Оценка степени обеспеченности энергией | 5. Состояние энергетического баланса предприятия. Надёжность энергоснабжения | Y-5-13. Эб –коэф. энергетического баланса. | $Э_б = \frac{\bar{V}_{потр}}{\bar{\bar{V}}_{пр}}$ | ДСр – краткосрочные финансовые вложения, тыс. руб. – X-4-8.<br>$З_э$ – затраты при наиболее рациональном использовании энергии в год,<br>тыс. руб/год – X-4-9.<br>$V_{сбг}$ – объём потребляемой энергии от собственного генератора, Гкал-ч. –<br>365 – количество дней в году – Const.<br>$N_{отк}$ – количество технических отказов при эксплуатации энергетических установок – X-2-9.<br>$N_{эксп}$ – общее число эксплуатации технических средств – X-1-5.<br>$\tau_{экс}$ – время эксплуатации энергетических установок предприятия, час. –X-4-10. |
| 14 | | | | Y-5-14. Снджс– коэф. надёжности энергоснабжения предприятия. | $С_{нджс} = \frac{\bar{V}_{потр} - \bar{V}_{огр}}{\bar{V}_{потр}}$ | |
| 15 | | | | Y-5-15. Ксб – коэф. собственной генерации вторичных энергетических источников в общем объёме энергопотребления. | $К_{сбг} = \frac{V_{сбг}}{V_{потр}^{год}}$, где<br>$V_{сбг} = V_{потр}^{год} - V_{вэп}$<br>$К_{сбг} = \frac{V_{потр}^{год} - V_{вэп}}{V_{потр}^{год}}$ | |
| 16 | | | | Y-5-16. Эоф – коэффициент годности энергетических основных фондов. Степень износа основных фондов (ОФ) предприятия по энергообеспечению. | $Э_{оф} = 1 - \frac{И_{оф}}{С_{прОФ}}$ | |

Продолжение табл. 2

| Номер п.п. | Принадлежность | Группировка показателей (индикаторов) по функциональному признаку. | Наименование показателя (индикатора) в группе (код коэф.). Характеристика показателя | | Расчётная формула | Наименование и код факторов |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Группа внутренних факторов (продолжение) | | | | | | |
| 17 | Энергетическая безопасность | 6. Энергетическая структура производства) | 6. Энергетическая составляющая в выпуске продукции (энергоструктура) | Y-5-17. Rm – коэф. технического состояния энергетических установок предприятия. Степень износа ОФ предприятия по энергообеспечению | $R_m = \frac{N_{отк}}{N_{экс}}$ | $N_{отк}$ – количество технических отказов при эксплуатации энергетических установок – X-2-9. $N_{эксп}$ – общее число эксплуатации технических средств – X-1-5. $\tau_{экс}$ – время эксплуатации энергетических установок предприятия, час. –X-4-10. |
| 18 | | | | Y-5-18. Pτ – коэф. совершенства технических средстэнерго-установок (оценка отказа) | $P_\tau = e^{(-\frac{N_{эксп}}{\tau_{эксп}})}$ | |
| 19 | | | | Y-6-19. $К_{ЭнСбс}$ – коэф. энергетической составляющей в себестоимости продукции | $К_{ЭнСбс} = \left(1 - \frac{З_{Эн}}{З_{общ}}\right)$ | $С_{прОФ}$ – первонач. стоим. ОФ, тыс. руб. – X-2-4. $\overline{И}_{ц}^{прод}$ – усреднённый индекс цен на продукцию за расчётный (отчётный) период – X-2-5. $И_{оф}$ – износ основных фондов за весь период эксплуатации, тыс. руб. – X-3-1. |
| 20 | | | | Y-6-20. $К_{ЭнЁмк}$ – коэф. удельной энергоёмкости продукции предприятия | $К_{ЭнЁмк} = \left(\frac{ЭП_{Баз}}{УЭБ}\right)$ <br> $ЭП_{Баз}$ – базовый показатель удельной энергоёмкости за единицу продукции принят усреднённый показатель по анализируемой отрасли | |

Окончание табл. 2

| Номер п.п. | Принадлежность | Группировка показателей (индикаторов) по функциональному признаку. | Наименование показателя (индикатора) в группе (код коэф.). Характеристика показателя | | Расчётная формула | Наименование и код факторов |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Группа внутренних факторов (окончание) | | | | | | |
| 21 | Энергетическая безопасность | 6. Энергетическая структура производства | 6. Энергетическая составляющая в выпуске продукции (энергоструктура) | Y-6-21. КСтрЭП – коэф. структуры энергопотребления, характеризующий степень несовпадения предоставляемой энергии и потребляемой энергии | $К_{СтрЭП} = \left(\frac{N^{max} - N}{N^{max}}\right)$ | $З_{Эн}$ – затраты предприятия на потребление энергии в год, тыс. руб/год – X-3-6. $\overline{И}_{ц}^{энер}$ – усреднённый индекс цен на энергообеспечение за расчётный (отчётный) период – X-4-3. |
| 22 | | | | Y-6-22. Ссбц – коэф. сбалансированности цен по энергообеспечению на рынке. Значимость ценового фактора энергетической безопасности предприятия | $С_{сбц} = \frac{\overline{И}_{ц}^{прод}}{И_{ц}^{энер}}$ Степень сбалансированности цен на рынке | |

*При выборе граничных значений факторов (максимальные и минимальные значения) учитывалась соразмерность величин экономических отчётных показателей предприятий РФ соответствующих регионов. При этом принимались во внимание показатели статистической оценки на однородность по $G_{max}$. – критерию Кохрена и выбранного уровня значимости (α=0,05)[5]. Для расчёта оцениваемых показателей и их статистической обработки установлены граничные значения, которые выбраны и оценены по системе критериев однородности и адекватности. Анализ факторов произведён в натуральных значениях и в кодированных величинах.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ

### Основные типичные ситуации

Основным принципом теории статистических выводовявляется теория вероятностей. Это правила и положения вычислений «функций-значений», полученные на основе статистических выводов. Если Y – является случайной переменной величиной при эксперименте (наблюдение за изучаемым явлением, например, информация о деятельности предприятий России). Такие данные отражаются в официальных статистических сборниках и обзорах и являются «случайными» переменными. Случайные переменные могут быть дискретными или непрерывными [7]. В данном случае, *среднее* $\mu$ случайной величины есть мера положения центра её распределения на числовой оси. Математически среднее определяется как

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{cases} \int\limits_{-\infty}^{-\infty} \boldsymbol{f(y)dy}, & \boldsymbol{y} - \text{непрерывная величина;} \\ \sum\limits_{\text{по всем } \boldsymbol{y}}^{\infty} \boldsymbol{y\,P(y)}, & \boldsymbol{y} - \text{ дискретная величина.} \end{cases}$$

***Среднее*** $\mu$ можно также выразить и в терминах ***математического ожидания*** или ***результата усреднения*** по достаточно большому интервалу значений переменной, например в такой форме

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{E(y)} = \begin{cases} \int\limits_{-\infty}^{-\infty} \boldsymbol{y\,f(y)dy}, & \boldsymbol{y} - \text{непрерывная величина;} \\ \sum\limits_{\text{по всем } \boldsymbol{y}}^{\infty} \boldsymbol{y\,P(y)}, & \boldsymbol{y} - \text{ дискретная величина,} \end{cases}$$

где E – оператор математического ожидания.

***Широта (диапазон)*** распределения вероятностей или рассеивание случайной величины может характеризоваться *дисперсией (раздробленностью),* которая определяется как

$$\boldsymbol{\sigma^2} = \begin{cases} \int\limits_{-\infty}^{-\infty} \boldsymbol{(y-\mu)^2\,f(y)dy}, & \boldsymbol{y} - \text{непрерывная величина;} \\ \sum\limits_{\text{по всем } \boldsymbol{y}}^{\infty} \boldsymbol{y(y-\mu)^2\,P(y)}, & \boldsymbol{y} - \text{ дискретная величина,} \end{cases}$$

Дисперсия может быть выражена и через математическое ожидание $\sigma^2$

$\sigma^2 = E[(y-\mu)^2]$, где $\mu$ – среднее случайной величины.

***Выборки и выборочные распределения.*** Целью по данным «статистики» является вывод о некоторой совокупности результатов, используя выборку из неё. Т. е. выборка основана на том, что необходимо предположить при использовании случайных величин (например, информация о деятельности предприятий РФ). Если вся наблюдаемая (исследуемая) совокупность состоит из N-наблодений, то на практике используется только выборка из n-элементов. И каждая из $\frac{N!}{(N-n)!\cdot n!}$ возможных выборок может быть изменена с равной вероятностью. Такая процедура называется случайной выборкой. На практике «получения случайных выборок» встречаются трудности, и при этом могут быть полезны таблицы случайных чисел. Наблюдения в выборке в теории инструментальной статистики определяются как любая функция от множества результатов наблюдений, не содержащих неизвестных параметров. При наборе наблюдений $y_1$, $y_2$, $y_3$, $y_3$ … $y_n$, данные представляют собой выборку некоторых наблюдений. Тогда выборочное среднее будет определенокак

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \ ,$$

а выборочная дисперсия как

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$$

или выборочное стандартное (среднеквадратичное) отклонение

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} \ .$$

Выборочное среднее и выборочная дисперсия и будут являться статистиками. Эти величины соответственно и будут характеризовать положение центра и рассеивание выборки (дисперсия). Исследования в интересуемых областях (технике, экономике, социологии и т.д.) по функциональному признаку условно подразделены на три группы:

– поиск оптимальных условий (решений);

– опытная проверка и уточнение моделей, описываемых процессов;

– оценка гипотез происходящих процессов.

*Пример 1.* В области обеспечения экономической безопасности. «Управление риском» – способ повышения экономической безопасности, как основной задачи теории и практики деятельности предприятий. Здесь необходимо решить следующие задачи: снизить или полностью исключить риски (те события, которые не желательны, но в той или иной степени могут проявляться) в деятельности предприятий и так управлять этой ситуацией, чтобы наилучшим образом удовлетворялись потребности в социальном, техническом и технологическом плане при минимуме экономических затрат.

*Пример 2*. В области «Управление и эксплуатация производственными объектами: промышленные предприятия, водные объекты, лесные массивы, посевные площади, деятельность банков и т. д.». Здесь необходимо получить максимальную прибыль при реализации продукции, с приемлемыми затратами на сохранение и восстановление соответствующих ресурсов.

*Пример 3*. В области экспертных оценок и оценки гипотез. Производства отдельных видов экспертных исследований, характеризуются сочетанием необходимых требований, что является основой качества и скорости решения задач экспертизы. Проверка гипотез методам математической статистики позволяют проверить предположения о законе распределения некоторой случайной величины (генеральной совокупности), о значениях параметров этого закона (например, математического ожидания или дисперсии), о наличии корреляционной зависимости между случайными величинами, определенными на множестве объектов одной и той же генеральной совокупности.

В перечисленных примерах иллюстрируются задачи поиска оптимальных решений (минимаксные «экстремальные задачи»). В теории эксперимента для них разработаны, так называемые, «факторные планы». При этом неясно: все или только часть названных факторов влияют на параметры оптимизации? Зависит ли влияние факторов от величин других факторов или имеются взаимодействия между факторами и т. д. Следует ли исследовать влияние всех факторов или разумно их уменьшить? Задача имеет единственное решение или заданным значениям могут соответствовать несколько сочетаний параметров при исследовании по выявлению механизма событий и явлений?

Все перечисленные примеры свидетельствуют о том, *что усложнение задач происходит с ростом числа факторов и параметров оптимизации*, особенно при наличии разброса экспериментальных данных (отчётных показателей (индикаторов) наблюдений). Приходится иметь дело с математическим описанием процессов в форме одного или нескольких уровней связи параметров $\boldsymbol{y_i}$ с факторами $\boldsymbol{x_i}$.. Поэтому наиболее эффективным и доступным методом математического описания процессов является методы статистической обработки:

*– математического планирования эксперимента;*

*– оценка гипотез (происходящих событий в экономике предприятий РФ), которые можно проверить статистически, т. е. опираясь на результаты экономической деятельности наблюдений в случайной выборке;*

*– оценка наличия корреляционных связей между экономическими факторами.*

# 3. ГИПОТЕЗЫ. АНАЛИЗ И ОЦЕНКА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ

## Математическое планирование. Основные принципы

***Математическое планирование экспериментов (наблюдений) при решении экономических задач. Изучение функциональных зависимостей.*** Аналитика, экспертиза, оценка гипотез и т. п., определяется как функциональная связь: изменения $\boldsymbol{y_i}$ **в** зависимости от $\boldsymbol{n}$ независимых переменных (факторов) – $x_1,.\ x_2,\ x_3,\dots x_n$*:* $Yi=f(x_1,.\ x_2,\ x_3,\ \dots\ x_n)$. Так как вид функции «отклика» (характеристика изучаемого процесса) исследователю не известен, то функция может быть обозначена полиномом – отрезком ряда Тейлора[4], в котором представлена неизвестная функция отклика [2]

$$\boldsymbol{y = \beta_o + \sum_{i=1}^{n} \beta_i \cdot x_i + \sum_{i,j=1;i<j}^{n} \beta_{i,j} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i,j=1;i<j}^{n} \beta_{i,i} \cdot x_i^2} + \cdots,$$

где $\beta_i = \frac{\partial y}{\partial_{x_i}} \mathrm{I}_{\bar{x}=0}$, $\beta_{i,j} = \frac{\partial y}{\partial_{x_i}\partial_{x_j}} \mathrm{I}_{\bar{x}=0}$, $\beta_{i,i} = \frac{\partial y}{\partial^2_{x_i}} \mathrm{I}_{\bar{x}=0}$ – неизвестные коэффициенты.

Измеряемые (наблюдаемые) результаты, как средняя величина $\bar{y}$ параллельных наблюдений (опытов) – являются случайными величинами $y$ от выборки n-наблюдений (параллельных опытов). Соответственно определяемые расчётом коэффициенты $b_0$, $b_i$, $b_{i,j}$,также являются случайными величинами – оценками параметров $\beta_0$, $\beta_i$, $\beta_{ij}$,…и расчётная величина функции отклика будет иметь вид

$$\hat{y} = b_o + \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot x_i + \sum_{i,j=1;i<j}^{n} b_{i,j} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i,j=1;i<j}^{n} b_{i,i} \cdot x_i^2 + \cdots.$$

Данное уравнение оценивается методами регрессионного анализа, где должно быть показано, что «наилучшие оценки» параметров $b_0$, $b_i$, $b_{ij}$, обеспечивает метод наименьших квадратов. Термин «наилучшие оценки» параметров $b_0$, $b_i$, $b_1$, $b_2$, $b_3$,..$b_{ij}$,…означает:

***«несмещённость»*** оценки, а именно bi – несмещённые, если их математические ожидания равны истинным значениям параметров;

***«состоятельность»*** – оценка bi состоятельна, если она сходится по вертикали к истинным значениям параметров

$$\lim_{N\to\infty} P[|b_i - \beta_i| \geq \varepsilon], \varepsilon > 0\ .$$

---

[4]Ряд Те́йлора – разложение функциив бесконечную суммустепенных функций. Ряд Тейлора был известен задолго до публикаций Тейлора – его использовали ещё в XVII веке Грегори, а также Ньютон. Ряды Тейлора применяются при аппроксимациифункции многочленами. В частности, линеаризацияуравнений происходит путём разложения в ряд Тейлора и отсечения всех членов выше первого порядка.

«Эффективность»: не смещаемая оценка bi, «если дисперсная матрица оценок параметров» меньше или равна «дисперсионной матрице» любых других оценок параметров (изучаемые параметры см. табл. 1).

Для построения модели регрессии производится пассивный факторный эксперимент[5] – исследователь не вмешивается в процесс, а только фиксирует (записывает) значения всех переменных $x_i$ и соответствующие им $y_i$ (наблюдения в соответствии с заранее составленным планом – «матрицей планирования неактивного эксперимента»).

**Краткий конспект получения математической модели**

Определён отклик (например, собраны отчётные данные деятельности предприятий) – $y_i$ *в 1, 2, 3, ...u,...N* точках факторного пространства *($X_i$), i=1,2,3, ...n)*. Натуральные значения координат $\mathrm{X_i}$ для дальнейших расчётов заменяются координатами значениями $x_i$ нулевой размерности (безразмерная величина):

- *верхний уровень ($max x_i$)→$X_i$=+1,*
- *нижний уровень ($min x_i$)→$X_i$= –1,*
- *основной уровень* $\frac{max_{x_i}+min_{x_i}}{2} \rightarrow x_i = 0$ .

*Варианты характеристики планов получения модели* [6]. Полный факторный эксперимент типа $2^n$. Ортогональное и рототабельное центральное композиционное планирование второго порядка. Рассматриваемые планы являются симметричными относительно центра «эксперимента» и ортогональными (симметричными) или рототабельными (добавление некоторого числа опытов в центре), т. е. факторы варьируются на двух уровнях (+1 и –1), где выполняется условие нормировки. Вид матрицы условий и результатов факторного эксперимента представлена в табл. 3. «Фиктивная» переменная $X_0$=+1 введена в таблицу для единообразия записи последующих вычислений. Часть этой таблицы (координаты $\boldsymbol{x_i}$ всех **N** опытов) называют матрицей планирования. А полученная по данным табл. 3, модель имеет вид однородного линейного уравнения

$$\sum_{\mathrm{u}}^{\mathrm{N}} \mathrm{X}_{\mathrm{i,u}}^2 = \mathrm{N} ,$$

[5]В активном факторном эксперименте исследователь работает одновременно со всеми переменными $\boldsymbol{x_i}$,задавая их значения в каждом опыте по заранее заданному плану – «матрицей планирования».

т. е. по формуле кодирования $X_i = \frac{x_i - 0{,}5*(max x_i + \min x_i)}{0{,}5*(max x_i - \min x_i)}$,

где переменные $Xi$ – кодированные значения переменных (исследуемых факторов) и они равны $Xi=+1$ или $Xi=-1$ (часто цифру упускают).

Во многих задачах исследователь *априорно предполагается,* что при моделировании процесса (процессов) достаточно ограничится линейной моделью или моделью с линейными членами и частью возможных взаимодействий. Особенно типичная такая ситуация для многофакторных (более 4-х) задач, где полиномом второй степени обычно удаётся описать почти стационарную область, где предположительно находятся экспериментальные (наблюдаемые) значения. Здесь уместно отметить следующее:

- чем больше величина *n*, тем меньше обычно объём априорной информации;
- маловероятно влияние тройных и более взаимодействий факторов;
- на первой стадии многофакторного эксперимента обычно только намечается направление движения к оптимуму и достаточно аппроксимировать исследуемую часть поверхности отклика $y\ (x_i)$ плоскостью

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 \ldots + b_n \cdot X_n$$

с ростом $\boldsymbol{n}$ быстро возрастают сроки и стоимость эксперимента.

Таблица 3

Условия и результаты эксперимента

| Номер наблюдений, N | Кодированные значения переменных | | | | | | | Отклик наблюдений | Расчётная величина |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | . | . | . | $x_n$ | $\bar{Y}_u$ | $\hat{y}_u$ |
| 1 | $x_{0\,1}$ | $x_{1\,1}$ | $x_{2\,1}$ | $x_{2\,1}$ | … | … | … | $x_{n\,1}$ | $y_1$ | $\hat{y}_1$ |
| 2 | $x_{0\,2}$ | $x_{1\,2}$ | $x_{2\,2}$ | $x_{3\,2}$ | … | … | … | $x_{n\,2}$ | $y_2$ | $\hat{y}_2$ |
| 3 | $x_{0\,3}$ | $x_{1\,3}$ | $x_{2\,3}$ | $x_{3\,3}$ | … | … | … | $x_{n\,3}$ | $y_3$ | $\hat{y}_3$ |
| … | | | | | | | | | | |
| *u* | $x_{0\,u}$ | $x_{1\,u}$ | $x_{2\,u}$ | $x_{3\,u}$ | … | … | … | $x_{nu}$ | $y_u$ | $\hat{y}_u$ |
| … | | | | | | | | | | |
| N | $x_{0\text{-}N}$ | $x_{1\text{-}N}$ | $x_{2\text{-}N}$ | $x_{3\text{-}N}$ | … | … | … | $x_{nN}$ | $Y_N$ | $\hat{y}_N$ |

В таблице 4 для получения математических моделей представлен алгоритм обращения к компьютерной программеPlan-Ex*(план типа $2^n$).

Таблица 4

Краткий конспект обработки результатов и получение математических моделей

| Номер п.п. | Наименование операционных действий | Используемые аналитические выражения | Обозначение |
|---|---|---|---|
| 1 | Кодирование переменных (соотношение натуральных и кодированных величин) | $X_i = \frac{x_i - 0,5 * (\max x_i + \min x_i)}{0,5 * (\max x_i - \min x_i)}$ | $X_i$ – кодированная величина фактора; $\max x_i$– максимальная натуральная $x_i$величина фактора; $\min x_i$– минимальная натуральная $x_i$величина фактора. |
| 2 | Оценка дисперсии воспроизводимости на основании параллельных наблюдений (опытов) | $S_u^2\{Y\} = \frac{\sum_{l=1}^{c} \lvert Y_{u,l} - \bar{Y}_u \rvert^2}{c-1}$, при $\nu = c-1$($\nu$ – число степеней свободы (табл. 8 и табл. 9) | c – количество параллельных наблюдений при выборке показателей (данные отчётов предприятий). Каждый из N опытов повторяется $c>1$ раз и повторяется в центре наблюдений (эксперимента) $X_i=0$. |
| 3 | Проверка однородности дисперсии воспроизводимости на однородность по G-критерию (см. табл. 8 и табл. 9) | $G_{max} = \frac{\max S_u^2\{Y\}}{\sum_{u=1}^{N} S_u^2\{Y\}}$, полученные значения G-критерия сравниваются с критическим табличным значением критерия $G_{\nu 1,\ \nu 2,\ \alpha}$(справочные таблицы критических значений G-критерия: наибольшей эмпирической дисперсии к сумме эмпирических дисперсий для вероятности $\alpha = 0,05$ для $\nu_1 = c-1$, $\nu_2 = N(c-1)$ и уровнем значимости $\alpha$. Если$G_{max} < G_{\nu 1,\ \nu 2,\ \alpha}$,то дисперсии считаются однородными с надёжностью (1-$\alpha$). | Табличное значение$G_{\nu 1,\ \nu 2,\ \alpha}$ - критерия; Заданная оценка вероятности $\alpha = 0,05$ при числе степеней свободы $\nu_1 = c-1$ и $\nu_2=N(c-1)$ (табл. 10) |
| 3.1 | Для дальнейших расчётов принимается оценка дисперсии воспроизводимости | $S^2\{y\} = \frac{\sum_{u=1}^{N} S^2\{y_u\}}{N}$, при $\nu_2 = N(c-1)$, т. е. дисперсия усредняется | $\nu$ — число степеней свободы (табл. 10) |

Продолжение табл. 4

| Номер п.п. | Наименование операционных действий | Используемые аналитические выражения | Обозначение |
|---|---|---|---|
| 3.2 | Если опыты повторялись только в центре эксперимента, то оценка дисперсии воспроизводимости будет следующей | $S^2\{y\} = \frac{\sum_{u=1}^{N} \lvert y_1 - \bar{y} \rvert^2}{c-1}$, при $\nu_1 = c\text{-}1$ | |
| 4 | Расчёт коэффициентов модели | $\hat{y} = b_o + \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot x_i + \sum_{i,j=1;i<j}^{n} b_{i,j} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i,j=1;i<j}^{n} b_{i,i} \cdot x_i^2 + \cdots$ | |
| 4.1 | Расчёт вспомогательного коэффициента | $b'_o = \frac{\sum_{u=1}^{N} Y_u}{N}$ | |
| 4.2 | Расчёт коэффициентов модели bibi,i и bi,j(i≠j) | $b_i = \frac{\sum_{u=1}^{N} X_{i,u} Y_u}{\sum_{u=1}^{N} X_{i,u}^2}$; | |
| 4.3 | Расчёт коэффициентов модели bibi,i и bi,j(i≠j) | $b_{i,j(i \neq j)} = \frac{\sum_{u=1}^{N} X_{i,u} X_{j,u} Y_u}{\sum_{u=1}^{N} (X_{i,u}^2 X_{j,u}^2)^2}$; | |
| 4.4 | | $b_{i,i} = \frac{\sum_{u=1}^{N} X'_{i,u} Y_u}{\sum_{u=1}^{N} (X'_{i,u})^2}$; | |
| 4.5 | | $b_o = b'_o - \sum \tilde{X}_i^2 b_{i,i} = b'_o - \frac{\sum_{u=1}^{N} X_{i,u}^2}{N} \cdot b_{ii}$ | |
| 5 | Оценка дисперсии коэффициентов модели (дисперсии коэффициентов различны) | Оценка дисперсии для коэффициента $b_i$ $S^2\{b_i\} = \frac{S^2\{y\}}{c \sum_{u=1}^{N} X_{i,u}^2} \cong \sigma^2\{b_i\}$ при $\nu = N(c\text{-}1)$ | |
| 5.1 | | Оценка дисперсии для коэффициента $b_{i,j}$ $S^2\{b_{i,j(i \neq j)}\} = \frac{S^2\{y\}}{c \cdot \sum_{u=1}^{N} (x_{i,u} \cdot x_{j,u})^2}$ при $\nu = N(c\text{-}1)$, | |
| 5.2 | | Оценка дисперсии для коэффициента $b_{i,i}$ $S^2\{b_{i,i)}\} = \frac{S^2\{y\}}{c \cdot \sum_{u=1}^{N} (x'_{i,u})^2}$ $S^2\{b_o\} = S^2\{b_{i,i}\} \cdot (\tilde{x}_i^2)^2$ при $\nu = N(c\text{-}1)$, | |

Окончание табл. 4

| Номер п.п. | Наименование операционных действий | Используемые аналитические выражения | Обозначение |
|---|---|---|---|
| 6 | Оценка критического значения коэффициента, где устанавливается доверительный интервал | $\Delta b_i = \pm t_{\nu,\alpha}\sqrt{\sum_{u=1}^{N} X_{i,u}^2 \ S\{Y\}}$ | где $t_{\nu,\alpha}$ – табличные значения t-критерия Стьюдента (критерий однородности результатов) со степенью свободы ν=N−1; α – уровень значимости (см. табл. 11 и 12 критических значений G-критерия). Если выполнено условие $\lvert\Delta b_i\rvert > \lvert b_i\rvert$, то коэффициент $b_i$ признаётся не значимым. |
| 7 | Расчёт дисперсии неадекватности модели | $S_{ad}^2 = S_1^2 = \frac{\sum_{u=1}^{N}(Y_u - \hat{Y}_u)^2}{N-d}$ | Дисперсия неадекватности характеризует разброс экспериментальных наблюдений $y_u$относительно предсказанных $\hat{y}_u$ по уравнению регрессии. Число степеней свободы дисперсии $S_o^2$ равно $\nu_1$=N( c-1), а дисперсия $S_1^2$ равно $\nu_2$=N−d, где число значимых членов уравнения. |
| 8 | Составление и оценка значимости отношения дисперсий неадекватности (табл. 8 и табл. 9) $S_{ad}^2$ и дисперсии воспроизводимости $S^2\{y\}$ (табл. значения). | $F = S_{ad}^2 / S_{\{y\}}^2$ | Гипотеза об адекватности уравнения регрессии соответствует условие: $F \le F_{\nu 1,\nu 2,\alpha}$, где $F_{\nu 1,\nu 2,\alpha}$ – критичное значение F-критерия (см. табл.12); α –уровень вероятностной оценки (оценки значимости) при числе степеней свободы $\nu_1$=N( c-1) и $\nu_2$=N−d. |

* Plan-Ex– разработано авторами

*Формирование таблиц (матриц) для обработки результатов наблюдений* (опытов) данных отчётов деятельности предприятий РФ для обращения к программе ЭВМ при всех возможных сочетаний полно-факторного эксперимента $2^4$. Для $n=4$ число наблюдений составит $N=2^4+k$, где $k$ равно числу звёздных точек γ и один опыт (наблюдение) по середине (при X=0). Для рассматриваемых случаев величина $k=\gamma+1$. При числе звёздных точек $\gamma=8$ общее количество *строк наблюдений равно* $N=2^4+k=16+9=25$.

*При составлении матричных таблиц, учтены результаты наблюдений в натуральном и относительном исчислений*[6]. *В* результате реализации планов многофакторных экспериментов представляется возможным получение регрессионных моделей всех параметров оптимизации, характеризующих влияние изучаемых факторов на выбор и реализацию решений [10, 19].

Степень изменения показателей оценки изучаемых объектов, выражены относительными («интегральными») критериями в пределах единицы

$$\text{ОП}_i = \frac{\mathrm{Y_i}}{\mathrm{Y_{i_{max}}}}\ \textit{или}\ \text{ОП}_i = \frac{\mathrm{Y_{i_{min}}}}{\mathrm{Y_i}},$$

где $\text{ОП}_i$ – относительный («интегральный») показатель; $\mathrm{Y_i}$ – оцениваемая (исследуемая) величина функции отклика показателей арбитражных судов; $\mathrm{Y_{i_{max}}}$ – максимальная $\mathrm{Y_{i_{min}}}$ – или минимальная величина функции отклика как наилучших статистических данных.

Относительный показатель при «идеальных условиях» наиболее успешного сочетания параметров оптимизации должен удовлетворять условию $\text{ОП}_i = 1{,}0$. По разработанным математическим моделям обобщённых показателей можно производить анализ статистических данных в широком числовом диапазоне по мотивированному выбору. При выборе граничных значений факторов (максимальные и минимальные значения) учитывалась соразмерность величин экономических отчётных показателей РФ. При этом принимались во внимание показатели статистической оценки на однородность по $\mathrm{G_{max}}$. – критерию Кохрена и выбранного уровня значимости (α=0,05). Для расчёта оцениваемых показателей и их статистической обработки установлены граничные значения, которые выбраны и оценены по системе критериев однородности и адекватности (табл. 7, 8, 9).

## Числа. Порядок и средние величины

Средние величины: средняя арифметическая, средняя геометрическая, средняя гармоническая величина и медиана[5]. Например, результат представления экспертных оценок 18 экспертов. Все эксперты распределены по трём предприятиям «А», «Б» и «В» по 6 человек. Результаты оценки исследований представлены в табл. 5.

[6]Одной из таких систем является система безразмерного (нормированного) относительного исчисления. В представленной работе для каждого показателя Yi(i = 1…n) определены наилучшие значения (максимальные или минимальные в зависимости от вида коэффициента) всех анализируемых показателей.

Таблица 5

Результат оценки

| Предприятие «А» | | Предприятие «Б» | | Предприятие «В» | |
|---|---|---|---|---|---|
| Эксперт | Данные экспертизы, кол-во | Эксперт | Данные экспертизы, кол-во | Эксперт | Данные экспертизы, кол-во |
| Эксперт «А-1» | 86 | Эксперт «Б-1» | 89 | Эксперт «В-1» | 225 |
| Эксперт «А-2» | 74 | Эксперт «Б-2» | 71 | Эксперт «В-2» | 47 |
| Эксперт «А-3» | 54 | Эксперт «Б-3» | 67 | Эксперт «В-3» | 57 |
| Эксперт «А-4» | 111 | Эксперт «Б-4» | 58 | Эксперт «В-4» | 47 |
| Эксперт «А-5» | 53 | Эксперт «Б-5» | 110 | Эксперт «В-5» | 94 |
| Эксперт «А-6» | 90 | Эксперт «Б-6» | 73 | Эксперт «В-6» | 0 |
| ***Средний результат*** | ***78*** | ***Средний результат*** | ***78*** | ***Средний результат*** | ***94*** |

***Средний арифметический результат это тот,*** который приходится на одного эксперта (человека) предприятия, т. е. количество экспертиз, приходящихся на одного эксперта. Такие величины называются средними арифметическими.

Предприятие «А»

$$\frac{86 + 74 + 54 + 111 + 53 + 90}{6} = 87$$

Предприятие «Б»

$$\frac{89 + 71 + 67 + 58 + 110 + 73}{6} = 78$$

Предприятие «В»

$$\frac{225 + 47 + 57 + 47 + 94}{5} = 94$$

***Расчёт средних геометрической и гармоническойвеличин*** определяются по следующим выражениям.

Средняя геометрическая величина

$$\sqrt[n]{X_1 * X_3 * \dots * X_n}$$

Средняя гармоническая величина

$$\bar{X} = \frac{\sum \varpi_i}{\sum \frac{\varpi_i}{X_i}},$$

где $X_1 * X_2 * X_3 * \dots * X_n$ – значения переменных; $\varpi_I$ – результирующий показатель. Средняя гармоническая простая величина$\bar{\mathrm{X}}$ применяется в тех случаях, когдапроизведение $a_i \cdot p_i$ одинаковы или равны единице ($\varpi_1 = \varpi_2 = \varpi_3 = \dots = \varpi_m$ или $\varpi_i = 1$)

$$\bar{X} = \frac{\mathbf{1+1+1+\dots+1}}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\dots+\frac{1}{a_n}} = \frac{m}{\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{a_i}},$$

где $a_i$ – значения вариантов в выборке; $p_i$ – частота появления в выборке.

***Медиана.*** В тех случаях, когда имеются слишком большие или слишком малые значения наблюдений необходимо определять не среднюю величину, а *медиану*. *Медиана* – значение, которое приходится на средину ряда, если разложить данные результаты в порядке возрастания или убывания. Например, результат представления экспертных оценок (табл. 5).

*Предприятие «А» – 53 54 74 86 90…111*

*Предприятие «Б» – 58 67 71 73 89…110*

*Предприятие «В» – 47 47 57 94 225*

***Медиана предприятия «А»:*** если значения середины ряда равны **74 86,** тогда средняя величина, т. е. медиана равна

$$\frac{74+86}{2} = 80{,}0\ .$$

Медиана предприятия «Б»: если значения середины ряда равны **71 73,** тогда средняя величина, т. е. медиана равна

$$\frac{71+73}{2} = 72{,}0\ .$$

Медиана предприятия «В»: если значения середины ряда равны **57 77,** тогда средняя величина, т. е. медиана равна

$$\frac{57+94}{2} = 75{,}5\ .$$

Если ряд состоит из нечётного числа значений, то медианой будет величина, находящаяся точно по середине ряда:

*47 47 **57** 94 225 – величина*

***57** – медиана*

Если ряд состоит из чётного числа значений, то медианой будет среднее значение между 3-й и 4-й (вариант предприятия «А») величинами:

*54 64 **74 79** 86…111*

*величина **74 79** – медиана, а именно* $\frac{74+79}{2} = 76{,}5$

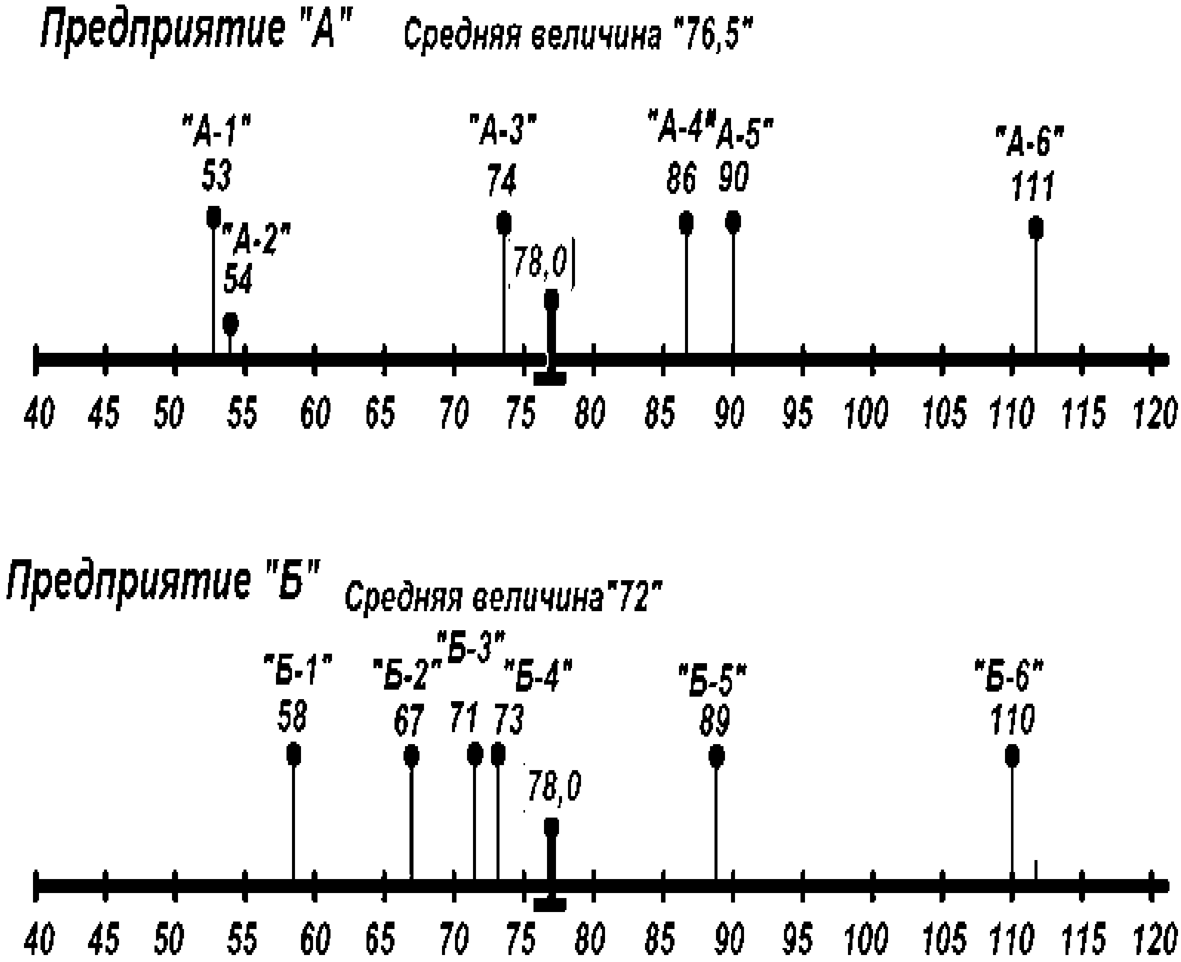


Рис. 3. Шкала результатов экспертных оценок предприятий «А» и «Б»: средние величины «А» и «Б» одинаковы – «78», но ситуации, представленные по шкале сильно отличаются

***Стандартное отклонение.*** Если рассмотреть результаты оценки предприятий «А» и «Б» (см. табл. 5), то очевидно, что средние величины имеют одинаковые значения – «78» (рис. 3).

Следовательно, *стандартное отклонение (СО)* это показатель, характеризующий «отдельное отличие» от средней величины. И становится очевидным, что величина отклонения не может быть меньше «нуля».

**0 (минимум)** **Есть разброс**

**Нет**
**разброса – все значения равны**

Стандартное отклонение рассчитывается по формуле

$$\text{СО} = \sqrt{\frac{\sum_{\text{i}}^{\text{n}}(\text{i} - \text{явеличина}\text{– Среднеезначение})^2}{\text{nзначений (общееколичестворезультатов)}}}$$

Стандартное отклонение результатов оценки предприятия «А» равно

$$\text{СО}_{\text{"А"}} = \sqrt{\frac{\mathbf{(86-78)^2+(74-78)^2+(54-78)^2+(111-78)^2+(53-78)^2+(90-78)^2}}{\mathbf{6}}} = \mathbf{20,47}$$

Стандартное отклонение результатов оценки предприятия «Б» равно

$$\text{СО}_{\text{"Б"}} = \sqrt{\frac{\mathbf{(89-78)^2+(71-78)^2+(67-78)^2+(58-78)^2+(110-78)^2+(73-78)^2}}{\mathbf{6}}} = \mathbf{17,03}$$

Стандартное отклонение результатов оценки предприятия «В» равно

$$\text{СО}_{\text{"В"}} = \sqrt{\frac{\mathbf{(225-94)^2+(47-94)^2+(57-94)^2+(47-94)^2+(94-94)^2}}{\mathbf{5}}} = \mathbf{79,73}\,.$$

Совершенно очевидно, что больший разброс результатов – отдельное отклонение от средней величины, будет на предприятии «В» против показателей предприятии «А» и «Б» (20,47 и 17,03). Формула для расчёта стандартного отклонения записывается в виде

$$\text{СО} = \sqrt{\frac{\sum_{i}^{n}(i - e\ \text{значение – Среднее значение})^2}{n\ \text{значений (общее количество)}}}$$

$$\text{или СО} = \sqrt{\frac{\sum_{i}^{n}(i - e\text{значение–Среднеезначение})^2}{n\text{значений(общееколичество)}-1}},$$

где от общего количества значений вычитается «1».

Первая формула применяется при вычислении стандартного отклонения *генеральной* совокупности, а вторая – при определении стандартного отклонения при *выборочной* совокупности. При этом генеральная совокупность – вся изучаемая группа людей или объектов (событий), а выборочная совокупность это группа людей или объектов отобранных из генеральной совокупности. Например, как результаты, представленные в табл. 5. В практике обычно такие данные собрать не представляется возможным (данные генеральной совокупности), поэтому почти всегда применяется вторая формула

$$\text{СО} = \sqrt{\frac{\sum_{i}^{n}(i - e\text{значение–Среднеезначение})^2}{n\text{значений(общееколичество)}-1}}\,.$$

## Выборки и выборочные распределения

Целью статистических заключений является вывод о некоторой совокупности, используя выборку (количество наблюдений) из неё. Если вся наблюдаемая (исследуемая) совокупность состоит из N- элементов, а берётся выборка из n-элементов, то каждая из $\frac{N!}{(N-n)!n!}$ возможных выборок может быть изменена с равной вероятностью. Такая процедура носит название «взятием случайной выборки». Совершенно очевидно, что на практике «получения случайных выборок» встречаются трудности, и при этом могут быть полезны таблицы случайных чисел. Форма записи $\frac{N!}{(N-n)!n!}$ осуществлена через факториал. «***Факториалом***» в математике называют произведение всех натуральных чисел, включая указанное число. Обозначается факториал восклицательным знаком после числа, например: 4! = 1*2*3*4 = 24. В общем виде формулу для нахождения факториала можно записать так: n! = 1·2·3·4·…(n-2)·(n-1)·n. Необходимо иметь виду, что факториал определён только для натуральных чисел и нуля. Факториал нуля и единицы это «1»: 0! = 1; 1! = 1. Термин «факториал» ввел в 1800 году французский математик Аргобаст Луи Франсуа Антуан. Обозначение n! придумал чуть позже немецкий математик Кристиан Крамп в 1808 году.

Для более полного усвоения понятий «ряды распределения» и «гистограмма» необходимо ещё раз проанализировать характеристику «Результатов экспертной оценки», табл. 4 (см. формулу ***Стерджесса»***[7]). Интервал «отклонений»

результатов оценки равен: у 1-го эксперта – 1,2; у 2-го – 0,5; 3-го – 0,4; 4-го – 0,3; 5-го – 3,0. Само собой разумеется, что эта величина, конечно, не является стандартом. Потому что, так представили те, кто анализируют данные. В этом случае уместно утверждение: «ряды распределений, построенные на основе субъективных решений неубедительны и математического способа определения интервала нет. Оказывается есть. Вот алгоритм решения данного утверждения по шагам.

*Шаг 1.* Количество интервалов (КИ) определяется по формуле Стерджесса:

$$\text{КИ} = 1 + \frac{lgN}{lg2} = 1 + \frac{lg12}{lg2} = 1 + 3{,}584962 = 4{,}58496 \approx 5{,}0,$$

где $N$ – количество значений в совокупности; 2 – число значений в рассматриваемом интервале.

[7]Правило Стёрджеса – эмпирическое правило определения оптимального количества интервалов, на которые разбивается наблюдаемый диапазон изменения случайной величины при построении гистограммы плотности её распределения.

*Шаг 2.* Величина интервала (ВИ) определяется по соотношению

$$ВИ = \frac{Max - Min}{КИ} = \frac{11{,}5 - 5{,}7}{5} = 1{,}16 \approx 1{,}0,$$

$Max$ – максимальное значение в совокупности,

$Min$ – минимальное значение в совокупности.

Результаты расчётов по определению количества интервалов (КИ) и величины интервалов (ВИ) приведены в табл. 6. Не исключено, что данные, приведённые в таблице, покажутся менее привлекательными.

Таблица 6

Распределение результатов оценки экспертов (данные расчёта)

| Расчёт интервала отклонений от средней величины | Середина интервала | Распределение результатов по экспертам (реальная частота) | Распределение результатов по экспертам (относительная частота) |
|---|---|---|---|
| 5,7+1,16=6,86 | 3,430 | 1 | 0,0833 |
| 6,86+1,16=8,03 | 4,015 | 3 | 0,25 |
| 8,03+1,16=9,19 | 4,595 | 4 | 0,333 |
| 9,19+1,16=10,35 | 5,175 | 3 | 0,25 |
| 10,35+1,16=11,51 | 5,755 | 1 | 0,0833 |
| Итого | | 12 | 1,00 |

Тогда, возможно, возникнут вопросы: «Почему величина интервала равна именно ВИ=1,00…1,16?». «Что эта за формула Стерджесса»? Почему интервалы распределены таким непонятным образом, или возможны варианты. Здесь уместно вспомнить то, о чём шла речь при освоении понятия «ряды распределения изучения». Следовательно, вполне достаточно выбрать такую величину интервала, которая будет понятна тем, кто проводит статистический анализ и экспертизу методом описательной статистики.Можно считать, что описательная оценка статистических данных рассматривает выборку как генеральную совокупность. Вот пример. В рассматриваемых выше случаях (см. табл. 5 и табл. 6), результат представления экспертных оценок 18 (количество экспертов). Если, рассмотреть оценку, например предприятия «А» и стандартное отклонение, то имеются показатели, для представления положения в наглядном виде. Именно такое представление результатов оценки и есть описательная.

## Погрешности как раздел оценки гипотез

*Основные задачи:* определение закономерностей распределения случайных величин и сведений, как качественных, так и количественных; установление оценок (*статистики*) неизвестных измеряемых величин по результатам измерений, *установление погрешностей* таких оценок и устранение грубых отклонений. ***Методы теории оценки погрешностей*** посвящены формулировке уточнённых выводов о численных значениях приближённо измеренных величин, а такжепогрешностяхизмерений. Повторные измерения одной и той же, казалось бы, постоянной величины дают, как правило, различные результаты, так как каждое последующее измерение содержит некоторую погрешность. Различают три основных вида погрешностей: систематические, грубые и случайные.

***Систематические погрешности*** постоянно либо преувеличивают, либо преуменьшают результаты измерений и происходят от определённых причин (выбор и установка измерительных приборов, влияния окружающей среды и тех факторов, которые трудно определяемые и т. д.). Такие факторы влияют на определение данных наблюдений систематически в одном направлении.

***Грубые погрешности*** (иногда употребляется термин «ошибки»). Грубые погрешности часто возникают в результате просчёта действий исполнителя, неправильного чтения показаний измерительных приборов, неправильно составленные отчётные документы изучаемых событий и т. п. Результаты наблюдений, содержащие грубые «погрешности» отличаются друг от друга и от других результатов и, поэтому «хорошо» заметны (т. е. легко определяемые).

***Случайные погрешности*** происходят от различных случайных причин, действующих при каждом отдельном наблюдении непредвиденным образом то в сторону уменьшения, то в сторону увеличения результатов. Например, в результате $n$независимых равноточных наблюдений некоторой неизвестной $a$, получены значения $y_1, y_2,..., y_n$. Разности $d_1= y_1 - a, d_2= y_2 - a, \ldots, d_n= y_n - a$, будут называться истинными погрешностями. В терминах вероятностной оценки все $d_i$ трактуются как случайные величины, а независимость наблюдений понимается как взаимная независимость случайных величин $d_1,..., d_n$. Равноточность наблюдений истолковывается как одинаковая распределённость: истинные погрешности равноточных наблюдений есть суть одинаково распределённых случайных величин. При этом математическое ожидание случайных погрешностей $b= Ed_1=...=Ed_n$ называется систематической погрешностью, а разности $d_1-b,\ d_2-b,..d_n-b$ – *случайными погрешностями*.

## Оценка однородности результатов. Метод Смирнова Граббса

Формирование таблиц (матриц) для обработки результатов наблюдений (опытов) статистических данных отчётов деятельности предприятий (табл. 10).

Таблица 7

Кумулятивная функция стандартизированного нормального распределения

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot x^2}$$

| Z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,0** | 0,50000 | 0,50399 | 0,50799 | 0,51197 | 0,51595 | 0,51994 | 0,52392 | 0,52790 | 0,51388 | 0,53586 |
| **0,1** | 0,53983 | 0,54979 | 0,54776 | 0,55172 | 0,55567 | 0,55962 | 0,56356 | 0,56749 | 0,57142 | 0,57534 |
| **0,2** | 0,57926 | 0,58317 | 0,58706 | 0,59095 | 0,59483 | 0,59871 | 0,60257 | 0,60642 | 0,61026 | 0,61409 |
| **0,3** | 0,61791 | 0,62172 | 0,62551 | 0,62930 | 0,63307 | 0,63683 | 0,64058 | 0,64431 | 0,64803 | 0,65173 |
| **0,4** | 0,65542 | 0,65910 | 0,66276 | 0,66640 | 0,67003 | 0,67364 | 0,67724 | 0,68082 | 0,68438 | 0,68793 |
| **0,5** | 0,69146 | 0,69497 | 0,69847 | 0,70194 | 0,70540 | 0,70884 | 0,71226 | 0,71566 | 0,71904 | 0,72240 |
| **0,6** | 0,72575 | 0,72907 | 0,73237 | 0,73565 | 0,73891 | 0,74215 | 0,74537 | 0,74857 | 0,75175 | 0,75490 |
| **0,7** | 0,75803 | 0,76115 | 0,76424 | 0,76730 | 0,77035 | 0,77337 | 0,77637 | 0,77935 | 0,78230 | 0,78523 |
| **0,8** | 0,78814 | 0,79135 | 0,79389 | 0,79673 | 0,79954 | 0,80234 | 0,80510 | 0,80785 | 0,81057 | 0,81327 |
| **0,9** | 0,78814 | 0,79103 | 0,82121 | 0,82381 | 0,82639 | 0,82894 | 0,83147 | 0,83397 | 0,83646 | 0,83891 |
| **1,0** | 0,84134 | 0,84375 | 0,84613 | 0,84849 | 0,85083 | 0,85314 | 0,85543 | 0,85769 | 0,85993 | 0,86214 |
| **1,1** | 0,86433 | 0,86650 | 0,86864 | 0,87076 | 0,87285 | 0,87493 | 0,87697 | 0,87900 | 0,88100 | 0,88297 |
| **1,2** | 0,88493 | 0,88686 | 0,88877 | 0,89065 | 0,89251 | 0,89435 | 0,89616 | 0,89796 | 0,89973 | 0,90147 |
| **1,3** | 0,90320 | 0,90490 | 0,90658 | 0,90824 | 0,90988 | 0,91149 | 0,91308 | 0,91465 | 0,91621 | 0,91773 |
| **1,4** | 0,91924 | 0,92073 | 0,92219 | 0,92364 | 0,92506 | 0,92647 | 0,92785 | 0,92922 | 0,93056 | 0,93189 |
| **1,5** | 0,93319 | 0,93448 | 0,93574 | 0,93699 | 0,93822 | 0,93943 | 0,94062 | 0,94179 | 0,94295 | 0,94408 |
| **1,6** | 0,94520 | 0,94630 | 0,94738 | 0,94845 | 0,94950 | 0,95053 | 0,95154 | 0,95254 | 0,95352 | 0,95448 |
| **1,7** | 0,95543 | 0,95637 | 0,95728 | 0,95818 | 0,95907 | 0,95994 | 0,96080 | 0,96164 | 0,96246 | 0,96327 |
| **1,8** | 0,96407 | 0,96485 | 0,96562 | 0,96637 | 0,96711 | 0,96784 | 0,96856 | 0,96926 | 0,96995 | 0,97062 |
| **1,9** | 0,97128 | 0,97193 | 0,97257 | 0,97320 | 0,97381 | 0,97441 | 0,97500 | 0,97558 | 0,97615 | 0,97670 |
| **2,0** | 0,97725 | 0,97778 | 0,97831 | 0,97882 | 0,97932 | 0,97982 | 0,98030 | 0,98077 | 0,98124 | 0,98169 |
| **2,1** | 0,98214 | 0,98257 | 0,98300 | 0,98341 | 0,98382 | 0,98422 | 0,98461 | 0,98500 | 0,98537 | 0,98574 |
| **2,2** | **0,98610** | **0,98645** | **0,98679** | **0,98713** | **0,98745** | **0,98778** | **0,98809** | **0,98840** | **0,98870** | **0,98890** |
| **2,3** | 0,98928 | 0,98956 | 0,98983 | 0,99010 | 0,99036 | 0,99061 | 0,99086 | 0,99111 | 0,99134 | 0,99158 |
| **2,4** | 0,99180 | 0,99202 | 0,99224 | 0,99245 | 0,99266 | 0,99286 | 0,99305 | 0,99324 | 0,99343 | 0,99361 |
| **2,5** | 0,99379 | 0,99396 | 0,99413 | 0,99430 | 0,99446 | 0,99461 | 0,99477 | 0,99492 | 0,99506 | 0,99520 |
| **2,6** | 0,99534 | 0,99547 | 0,99560 | 0,99573 | 0,99585 | 0,99598 | 0,99609 | 0,99621 | 0,99632 | 0,99643 |
| **2,7** | 0,99653 | 0,99664 | 0,99674 | 0,99683 | 0,99693 | 0,99702 | 0,99711 | 0,99720 | 0,99728 | 0,99736 |
| **2,8** | 0,99744 | 0,99752 | 0,99760 | 0,99767 | 0,99774 | 0,99781 | 0,99788 | 0,99795 | 0,99701 | 0,99807 |
| **2,9** | 0,99813 | 0,99819 | 0,99825 | 0,99831 | 0,99836 | 0,99841 | 0,99846 | 0,99851 | 0,99856 | 0,99861 |
| **3,0** | 0,99865 | 0,99869 | 0,99874 | 0,99878 | 0,99882 | 0,99886 | 0,99889 | 0,99893 | 0,99897 | 0,99900 |
| **3,1** | 0,99903 | 0,99906 | 0,99910 | 0,99913 | 0,99916 | 0,99918 | 0,99921 | 0,99924 | 0,99926 | 0,99924 |
| **3,2** | 0,99931 | 0,99934 | 0,99936 | 0,99939 | 0,99940 | 0,99942 | 0,99944 | 0,99946 | 0,99948 | 0,99950 |
| **3,3** | 0,99952 | 0,99953 | 0,99955 | 0,99957 | 0,99958 | 0,99960 | 0,99961 | 0,99962 | 0,99964 | 0,99965 |
| **3,4** | 0,99966 | 0,99968 | 0,99969 | 0,99970 | 0,99971 | 0,99972 | 0,99973 | 0,99974 | 0,99975 | 0,99976 |
| **3,5** | 0,99977 | 0,99978 | 0,99979 | 0,99980 | 0,99981 | 0,99981 | 0,99982 | 0,99983 | 0,99983 | 0,99984 |
| **3,6** | 0,99984 | 0,99985 | ***0,99985*** | ***0,99986*** | 0,99986 | ***0,99987*** | 0,99987 | 0,99988 | 0,99988 | 0,99989 |
| **3,7** | 0,99989 | 0,99990 | ***0,99990*** | ***0,99990*** | 0,99991 | ***0,99992*** | 0,99992 | 0,99992 | 0,99992 | 0,99992 |
| **3,8** | 0,99993 | 0,99993 | 0,99993 | 0,99994 | 0,99994 | 0,99994 | 0,99995 | 0,99995 | 0,99995 | 0,99995 |
| **3,9** | 0,99995 | 0,99995 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99997 | 0,99997 |

## Оценка выборки по критерию Смирнова-Граббса

ГОСТ Р 8.736-2011 ГСИ. Группа Т80[8] – оценка однородности оцениваемых результатов (данные отчётов). Термины.

1. *Неисправленный результат измерений величины (наблюдений)*. Результат измерений величины, полученный до введения в него поправки в целях устранения систематических погрешностей.

2. *Исправленный результат измерений величины.* Результат измерений величины, полученный после введения поправки в целях устранения систематических погрешностей в неисправленный результат измерений величины.

3. *Неисправленная оценка измеряемой величины.* Среднее арифметическое значение результатов измерений величины до введения в них поправки в целях устранения систематических погрешностей.

4. *Исправленная оценка измеряемой величины.* Среднее арифметическое значение результатов измерений величины после введения поправки в целях устранения систематических погрешностей в неисправленную оценку измеряемой.

5. *Группа результатов измерений величин*. Несколько результатов измерений (не менее трёх-четырех-пяти),полученных при измерениях одной и той же величины, выполненных с одинаковой тщательностью, одним и тем же средством измерений, одним и тем же методом и одним и тем же оператором.

6. *Погрешность измерения.* Разность между результатом измерения величины и действительным (опорным) значением величины.

7. *Случайные погрешности измерения.* Составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных измерениях одной и той же величины, проведенных с одинаковой тщательностью (или небрежностью).

8. *Систематическая погрешность измерения.* Составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно получающая при повторных измерениях одной и той же величины, проведенных с одинаковой тщательностью (или небрежностью).

9. *Систематическая погрешность измерения.* Составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины, проведенных с максимальной и одинаковой тщательностью.

10. *Не исключенная систематическая погрешность измерения.* Состав-

---

[8]ГОСТ Р 8.736-2011. Национальный стандарт Российской Федерации. Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения" (утв. и введен в действие Приказом Росстандарта от 13.12.2011 N 1045-ст) из информационного банка «Отраслевые технические нормы»

ляющая погрешности измерения, обусловленная погрешностью оценивания систематической погрешности, на которую введена поправка, или систематической погрешностью, на которую поправка не введена.

11. *Грубая погрешность измерения.* Погрешность измерения, существенно превышающая зависящие от объективных условий измерений значения систематической и случайной погрешностей.

*Пример вычислений и оценки выборки по критерию Смирнова-Граббса*. Произвести оценку однородности результатов отчётных данных по показателям:

*НВ-Y-1-2. ЭФР – эффект финансового рычага (финансовый левередж);* при доверительной вероятности $(\alpha - 1) = 0{,}95$.

1. Исходные данные выборки -1 – «без Выбросов» –Ȳ-1-2=$\mu_{1\text{-}2}$ (данные по всей выборке Ȳ-1-2). Вычисления по критерию Граббса – без устранения погрешности «грубой ошибки».

Вариационный ряд в порядке увеличения будет иметь вид

**503,305** $\leq$ *533,335* $\leq$ *543,345* $\leq$ *553,305* $\leq$ *553,545* $\leq$ *563,365* $\leq$ *591,870* $\leq$ *592,192* $\leq$ *601,440* $\leq$ *602,102* $\leq$ *606,101* $\leq$ *606,801* $\leq$ *611,410* $\leq$ *611,410* $\leq$ *616,111* $\leq$ *621,440* $\leq$ *622,122* $\leq$ *624,106* $\leq$ *626,911* $\leq$ *632,322* $\leq$ *642,342* $\leq$ *666,101* $\leq$ *671,470* $\leq$ *676,111* $\leq$ *691,470* $\leq$ **696,907**.

Количество наблюдений $n_{1\text{-}1}$ =26;средняя величина наблюдений составит $\mu_{1\text{-}1}$= ***610,036***.

Таблица 8

Критические значения критерия G – отношения наибольшей эмпирической дисперсии к сумме эмпирических дисперсий. Значения критерия $G_{\nu_1,\nu_2;}$ при уровне значимости $\alpha$=0,05

| v1 / v2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 16 | 36 | 114 | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **2** | 0,998 | 0,975 | 0,939 | 0,906 | 0,877 | 0,853 | 0,833 | 0,816 | 0,801 | 0,788 | 0,734 | 0,660 | 0,581 | 0,500 |
| **3** | 0,967 | 0,871 | 0,798 | 0,746 | 0,707 | 0,677 | 0,653 | 0,033 | 0,617 | 0,602 | 0,547 | 0,475 | 0,403 | 0,333 |
| **4** | 0,906 | 0,768 | 0,684 | 0,629 | 0,589 | 0,500 | 0,536 | 0,517 | 0,502 | 0,488 | 0,437 | 0,372 | 0,309 | 0,250 |
| **5** | 0,841 | 0,684 | 0,598 | 0,544 | 0,506 | 0,478 | 0,456 | 0,439 | 0,424 | 0,412 | 0,364 | 0,307 | 0,251 | 0,200 |
| **6** | 0,781 | 0,616 | 0,532 | 0,480 | 0,445 | 0,418 | 0,398 | 0,382 | 0,368 | 0,35.7 | 0,313 | 0,261 | 0,212 | 0,167 |
| **7** | 0,727 | 0,561 | 0,480 | 0,431 | 0,397 | 0,373 | 0,353 | 0,338 | 0,326 | 0,315 | 0,276 | 0,228 | 0,183 | 0,143 |
| **8** | 0,680 | 0,516 | 0,438 | 0,391 | 0,359 | 0,336 | 0,318 | 0,304 | 0,293 | 0,283 | 0,246 | 0,202 | 0,162 | 0,125 |
| **9** | 0,638 | 0,477 | 0,403 | 0,358 | 0,329 | 0,307 | 0,290 | 0,277 | 0,266 | 0,257 | 0,227 | 0,182 | 0,145 | 0,111 |
| **10** | 0,602 | 0,445 | 0,373 | 0,331 | 0,303 | 0,282 | 0,266 | 0,254 | 0,244 | 0,235 | 0,203 | 0,165 | 0,131 | 0,100 |
| **12** | 0,541 | 0,392 | 0,326 | 0,288 | 0,262 | 0,244 | 0,230 | 0,219 | 0,210 | 0,202 | 0,174 | 0,140 | 0,110 | 0,083 |
| **15** | 0,471 | 0,335 | 0,276 | 0,242 | 0,219 | 0,203 | 0,191 | 0,181 | 0,174 | 0,167 | 0,143 | 0,114 | 0,089 | 0,067 |
| **20** | 0,389 | 0,270 | 0,220 | 0,192 | 0,173 | 0,160 | 0,150 | 0,142 | 0,136 | 0,130 | 0,111 | 0,088 | 0,067 | 0,050 |
| **24** | 0,343 | 0,235 | 0,191 | 0,166 | 0,149 | 0,137 | 0,129 | 0,122 | 0,116 | 0,111 | 0,094 | 0,074 | 0,057 | 0,042 |
| **30** | 0,293 | 0,198 | 0,159 | 0,138 | 0,124 | 0,114 | 0,106 | 0,100 | 0,096 | 0,092 | 0,077 | 0,060 | 0,046 | 0,033 |
| **40** | 0,237 | 0,158 | 0,126 | 0,108 | 0,097 | 0,089 | 0,083 | 0,078 | 0,074 | 0,071 | 0,059 | 0,046 | 0,035 | 0,025 |
| **60** | 0,174 | 0,113 | 0,089 | 0,076 | 0,068 | 0,062 | 0,058 | 0,055 | 0,052 | 0,050 | 0,041 | 0,032 | 0,023 | 0,017 |
| **120** | 0,0998 | 0,0632 | 0,0495 | 0,0419 | 0,0371 | 0,0337 | 0,0312 | 0,0292 | 0,0279 | 0,0266 | 0,0218 | 0,0165 | 0,0120 | 0,0083 |
| ∞ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Таблица 9

Значения критерия $F_{\nu_1;\nu_2}$ при уровне значимости $\alpha$=0,01

| $\nu_2 \backslash \nu_1$ | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **12** | **15** | **20** | **24** | **30** | **40** | **60** | **120** | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 4052 | 4999,5 | 5403 | 5625 | 5764 | 5859 | 5928 | 5982 | 6022 | 6056 | 6106 | 6157 | 6209 | 6235 | 6261 | 6287 | 6313 | 6339 | 6366 |
| **2** | 98,50 | 99,00 | 99,17 | 99,25 | 99,30 | 99,33 | 99,36 | 99,37 | 99,39 | 99,40 | 99,42 | 99,43 | 99,45 | 99,46 | 99,47 | 99,47 | 99,48 | 99,49 | 99,50 |
| **3** | 34,12 | 30,82 | 29,46 | 28,71 | 28,24 | 27,91 | 27,67 | 27,49 | 27,35 | 27,23 | 27,05 | 26,87 | 26,69 | 26,00 | 26,50 | 26,41 | 26,32 | 26,22 | 26,13 |
| **4** | 21,20 | 18,00 | 16,69 | 15,98 | 15,52 | 15,21 | 14,98 | 14,80 | 14,66 | 14,55 | 14,37 | 14,20 | 14,02 | 13,93 | 13,84 | 13,75 | 13,65 | 13,56 | 13,46 |
| **5** | 16,26 | 13,27 | 12,06 | 11,39 | 10,97 | 10,67 | 10,46 | 10,29 | 10,16 | 10,05 | 9,89 | 9,72 | 9,55 | 9,47 | 9,38 | 9,29 | 9,20 | 9,11 | 9,02 |
| **6** | 13,75 | 10,92 | 9,78 | 9,15 | 8,75 | 8,47 | 8,26 | 8,10 | 7,98 | 7,87 | 7,72 | 7,56 | 7,40 | 7,31 | 7,23 | 7,14 | 7,06 | 6,97 | 6,88 |
| **7** | 12,25 | 9,55 | 8,45 | 7,85 | 7,46 | 7,19 | 6,99 | 6,84 | 6,72 | 6,62 | 6,47 | 6,31 | 6,16 | 6,07 | 5,99 | 5,91 | 5,82 | 5,74 | 5,65 |
| **8** | 11,26 | 8,65 | 7,59 | 7,01 | 6,63 | 6,37 | 6,18 | 6,03 | 5,91 | 5,81 | 5,67 | 5,52 | 5,36 | 5,28 | 5,20 | 5,12 | 5,03 | 4,95 | 4,86 |
| **9** | 10,56 | 8,02 | 6,99 | 6,42 | 6,06 | 5,80 | 5,61 | 5,47 | 5,35 | 5,26 | 5,11 | 4,96 | 4,81 | 4,73 | 4,65 | 4,57 | 4,48 | 4,40 | 4,31 |
| **10** | 10,04 | 7,56 | 6,55 | 5,99 | 5,64 | 5,39 | 5,20 | 5,06 | 4,94 | 4,85 | 4,71 | 4,56 | 4,41 | 4,33 | 4,25 | 4,17 | 4,08 | 4,00 | 3,91 |
| **11** | 9,65 | 7,21 | 6,22 | 5,67 | 5,32 | 5,07 | 4,89 | 4,74 | 4,63 | 4,54 | 4,40 | 4,25 | 4,10 | 4,02 | 3,94 | 3,86 | 3,78 | 3,69 | 3,60 |
| **12** | 9,33 | 6,93 | 5,95 | 5,41 | 5,06 | 4,82 | 4,64 | 4,50 | 4,39 | 4,30 | 4,16 | 4,01 | 3,86 | 3,78 | 3,70 | 3,62 | 3,54 | 3,45 | 3,36 |
| **13** | 9,07 | 6,70 | 5,74 | 5,21 | 4,86 | 4,62 | 4,44 | 4,30 | 4,19 | 4,10 | 3,96 | 3,82 | 3,66 | 3,59 | 3,51 | 3,43 | 3,34 | 3,25 | 3,17 |
| **14** | 8,86 | 6,51 | 5,56 | 5,04 | 4,69 | 4,46 | 4,28 | 4,14 | 4,03 | 3,94 | 3,80 | 3,66 | 3,51 | 3,43 | 3,35 | 3,27 | 3,18 | 3,09 | 3,00 |
| **15** | 8,68 | 6,36 | 5,42 | 4,89 | 4,56 | 4,32 | 4,14 | 4,00 | 3,89 | 3,80 | 3,67 | 3,52 | 3,37 | 3,29 | 3,21 | 3,13 | 3,05 | 2,96 | 2,87 |
| **16** | 8,53 | 6,23 | 5,29 | 4,77 | 4,44 | 4,20 | 4,03 | 3,89 | 3,78 | 3,69 | 3,55 | 3,41 | 3,26 | 3,18 | 3,10 | 3,02 | 2,93 | 2,84 | 2,75 |
| **17** | 8,40 | 6,11 | 5,18 | 4,67 | 4,34 | 4,10 | 3,93 | 3,79 | 3,68 | 3,59 | 3,46 | 3,31 | 3,16 | 3,08 | 3,00 | 2,92 | 2,83 | 2,75 | 2,65 |
| **18** | 8,29 | 6,01 | 5,09 | 4,58 | 4,25 | 4,01 | 3,84 | 3,71 | 3,60 | 3,51 | 3,37 | 3,23 | 3,08 | 3,00 | 2,92 | 2,84 | 2,75 | 2,66 | 2,57 |
| **19** | 8,18 | 5,93 | 5,01 | 4,50 | 4,17 | 3,94 | 3,77 | 3,63 | 3,52 | 3,43 | 3,30 | 3,15 | 3,00 | 2,92 | 2,84 | 2,76 | 2,67 | 2,58 | 2,49 |
| **20** | 8,10 | 5,85 | 4,94 | 4,43 | 4,10 | 3,87 | 3,70 | 3,56 | 3,46 | 3,37 | 3,23 | 3,09 | 2,94 | 2,86 | 2,78 | 2,69 | 2,61 | 2,52 | 2,42 |
| **21** | 8,02 | 5,78 | 4,87 | 4,37 | 4,04 | 3,81 | 3,64 | 3,51 | 3,40 | 3,31 | 3,17 | 3,03 | 2,88 | 2,80 | 2,72 | 2,64 | 2,55 | 2,46 | 2,36 |
| **22** | 7,95 | 5,72 | 4,82 | 4,31 | 3,99 | 3,76 | 3,59 | 3,45 | 3,35 | 3,26 | 3,12 | 2,98 | 2,83 | 2,75 | 2,67 | 2,58 | 2,50 | 2,40 | 2,31 |
| **23** | 7,88 | 5,66 | 4,76 | 4,26 | 3,94 | 3,71 | 3,54 | 3,41 | 3,30 | 3,21 | 3,07 | 2,93 | 2,78 | 2,70 | 2,62 | 2,54 | 2,45 | 2,35 | 2,26 |
| **24** | 7,82 | 5,61 | 4,72 | 4,22 | 3,90 | 3,67 | 3,50 | 3,36 | 3,26 | 3,17 | 3,03 | 2,89 | 2,74 | 2,66 | 2,58 | 2,49 | 2,40 | 2,31 | 2,21 |

Продолжение табл. 9

Значения критерия $F_{\nu_1;\nu_2}$ при уровне значимости $\alpha$=0,01

| $\nu_2 \backslash \nu_1$ | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **12** | **15** | **20** | **24** | **30** | **40** | **60** | **120** | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **25** | 7,77 | 5,57 | 4,68 | 4,18 | 3,85 | 3,63 | 3,46 | 3,32 | 3,22 | 3,13 | 2,99 | 2,85 | 2,70 | 2,62 | 2,54 | 2,45 | 2,36 | 2,27 | 2,17 |
| **26** | 7,72 | 5,53 | 4,64 | 4,14 | 3,82 | 3,59 | 3,42 | 3,29 | 3,18 | 3,09 | 2,96 | 2,81 | 2,66 | 2,58 | 2,50 | 2,42 | 2,33 | 2,23 | 2,13 |
| **27** | 7,68 | 5,49 | 4,60 | 4,11 | 3,78 | 3,56 | 3,39 | 3,26 | 3,15 | 3,06 | 2,93 | 2,78 | 2,63 | 2,55 | 2,47 | 2,38 | 2,29 | 2,20 | 2,10 |
| **28** | 7,64 | 5,45 | 4,57 | 4,07 | 3,75 | 3,53 | 3,36 | 3,23 | 3,12 | 3,03 | 2,90 | 2,75 | 2,60 | 2,52 | 2,44 | 2,35 | 2,26 | 2,17 | 2,06 |
| **29** | 7,60 | 5,42 | 4,54 | 4,04 | 3,73 | 3,50 | 3,33 | 3,20 | 3,09 | 3,00 | 2,87 | 2,73 | 2,57 | 2,49 | 2,41 | 2,33 | 2,23 | 2,14 | 2,03 |
| **30** | 7,56 | 5,39 | 4,51 | 4,02 | 3,70 | 3,47 | 3,30 | 3,17 | 3,07 | 2,98 | 2,84 | 2,70 | 2,55 | 2,47 | 2,39 | 2,30 | 2,21 | 2,11 | 2,01 |
| **40** | 7,31 | 5,18 | 4,31 | 3,83 | 3,51 | 3,29 | 3,12 | 2,99 | 2,89 | 2,80 | 2,66 | 2,52 | 2,37 | 2,29 | 2,20 | 2,11 | 2,02 | 1,92 | 1,80 |
| **60** | 7,08 | 4,98 | 4,13 | 3,65 | 3,34 | 3,12 | 2,95 | 2,82 | 2,72 | 2,63 | 2,50 | 2,35 | 2,20 | 2,12 | 2,03 | 1,94 | 1,84 | 1,73 | 1,60 |
| **120** | 6,85 | 4,79 | 3,95 | 3,48 | 3,17 | 2,96 | 2,79 | 2,66 | 2,56 | 2,47 | 2,34 | 2,19 | 2,03 | 1,95 | 1,86 | 1,76 | 1,66 | 1,53 | 1,38 |
| ∞ | 6,63 | 4,61 | 3,78 | 3,32 | 3,02 | 2,80 | 2,64 | 2,51 | 2,41 | 2,32 | 2,18 | 2,04 | 1,88 | 1,79 | 1,70 | 1,59 | 1,47 | 1,32 | 1,00 |

Значения критерия $F_{\nu_1;\nu_2}$ при уровне значимости $\alpha$=0,025

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 647,8 | 799,5 | 864,2 | 899,6 | 921,8 | 937,1 | 948,2 | 956,7 | 963,3 | 968,6 | 976,7 | 984,9 | 993,1 | 997,2 | 1001 | 1006 | 1010 | 1014 | 1018 |
| **2** | 38,51 | 39,00 | 39,17 | 39,25 | 39,30 | 39,33 | 39,36 | 39,37 | 39,39 | 39,40 | 39,41 | 39,43 | 39,45 | 39,46 | 39,46 | 39,47 | 39,48 | 39,49 | 39,50 |
| **3** | 17,44 | 16,04 | 15,44 | 15,10 | 14,88 | 14,73 | 14,62 | 14,54 | 14,47 | 14,42 | 14,34 | 14,25 | 14,17 | 14,12 | 14,08 | 14,04 | 13,99 | 13,95 | 13,90 |
| **4** | 12,22 | 10,65 | 9,88 | 9,60 | 9,36 | 9,20 | 9,07 | 8,98 | 8,90 | 8,84 | 8,75 | 8,66 | 8,56 | 8,51 | 8,46 | 8,41 | 8,36 | 8,31 | 8,26 |
| **5** | 10,01 | 8,43 | 7,76 | 7,39 | 7,15 | 6,98 | 6,85 | 6,76 | 6,68 | 6,62 | 6,52 | 6,43 | 6,33 | 6,28 | 6,23 | 6,18 | 6,12 | 6,07 | 6,02 |
| 6 | 8,81 | 7,26 | 6,60 | 6,23 | 5,99 | 5,82 | 5,70 | 5,60 | 5,52 | 5,46 | 5,37 | 5,27 | 5,17 | 5,12 | 5,07 | 5,01 | 4,96 | 4,9 | 4,85 |

Продолжение табл. 9

Значения критерия $F_{\nu_1;\nu_2}$ при уровне значимости $\alpha$=0,01

| $\nu_2\backslash$ $\nu_1$ | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **12** | **15** | **20** | **24** | **30** | **40** | **60** | **120** | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **7** | 8,07 | 6,54 | 5,89 | 5,52 | 5,29 | 5,12 | 4,99 | 4,90 | 4,82 | 4,76 | 4,67 | 4,57 | 4,47 | 4,42 | 4,36 | 4,31 | 4,25 | 4,2 | 4,14 |
| **8** | 7,57 | 6,06 | 5,42 | 5,05 | 4,82 | 4,65 | 4,53 | 4,43 | 4,36 | 4,30 | 4,20 | 4,10 | 4,00 | 3,95 | 3,89 | 3,84 | 3,78 | 3,73 | 3,67 |
| **9** | 7,21 | 5,71 | 5,08 | 4,72 | 4,48 | 4,32 | 4,20 | 4,10 | 4,03 | 3,96 | 3,87 | 3,77 | 3,67 | 3,61 | 3,56 | 3,51 | 3,45 | 3,39 | 3,33 |
| **10** | 6,94 | 5,46 | 4,83 | 4,47 | 4,24 | 4,07 | 3,95 | 3,85 | 3,78 | 3,72 | 3,62 | 3,52 | 3,42 | 3,37 | 3,31 | 3,26 | 3,20 | 3,14 | 3,08 |
| **11** | 6,72 | 5,26 | 4,63 | 4,28 | 4,04 | 3,88 | 3,76 | 3,66 | 3,59 | 3,53 | 3,43 | 3,33 | 3,23 | 3,17 | 3,12 | 3,06 | 3,00 | 2,94 | 2,88 |
| **12** | 6,55 | 5,10 | 4,47 | 4,12 | 3,89 | 3,73 | 3,61 | 3,51 | 3,44 | 3,37 | 3,28 | 3,18 | 3,07 | 3,02 | 2,96 | 2,91 | 2,85 | 2,79 | 2,72 |
| **13** | 6,41 | 4,97 | 4,35 | 4,00 | 3,77 | 3,60 | 3,48 | 3,39 | 3,31 | 3,25 | 3,15 | 3,05 | 2,95 | 2,89 | 2,84 | 2,78 | 2,72 | 2,66 | 2,60 |
| **14** | 6,30 | 4,86 | 4,24 | 3,89 | 3,66 | 3,50 | 3,38 | 3,29 | 3,21 | 3,15 | 3,05 | 2,95 | 2,84 | 2,79 | 2,73 | 2,67 | 2,61 | 2,55 | 2,49 |
| **15** | 6,20 | 4,77 | 4,15 | 3,80 | 3,58 | 3,41 | 3,29 | 3,20 | 3,12 | 3,06 | 2,96 | 2,86 | 2,76 | 2,7 | 2,64 | 2,59 | 2,52 | 2,46 | 2,40 |
| **16** | 6,12 | 4,69 | 4,08 | 3,73 | 3,50 | 3,34 | 3,22 | 3,12 | 3,05 | 2,99 | 2,89 | 2,79 | 2,68 | 2,63 | 2,57 | 2,51 | 2,45 | 2,38 | 2,32 |
| **17** | 6,04 | 4,62 | 4,01 | 3,66 | 3,44 | 3,28 | 3,16 | 3,06 | 2,98 | 2,92 | 2,82 | 2,72 | 2,62 | 2,56 | 2,50 | 2,44 | 2,38 | 2,32 | 2,25 |
| **18** | 5,98 | 4,56 | 3,95 | 3,61 | 3,38 | 3,22 | 3,10 | 2,01 | 2,93 | 2,87 | 2,77 | 2,67 | 2,56 | 2,5 | 2,44 | 2,38 | 2,32 | 2,26 | 2,19 |
| **19** | 5,92 | 4,51 | 3,90 | 3,56 | 3,33 | 3,17 | 3,05 | 2,96 | 2,88 | 2,82 | 2,72 | 2,62 | 2,51 | 2,45 | 2,39 | 2,33 | 2,27 | 2,2 | 2,13 |
| **20** | 5,87 | 4,46 | 3,86 | 3,51 | 3,29 | 3,13 | 3,01 | 2,91 | 2,84 | 2,77 | 2,68 | 2,57 | 2,46 | 2,41 | 2,35 | 2,29 | 2,22 | 2,16 | 2,09 |
| **21** | 5,83 | 4,42 | 3,82 | 3,48 | 3,25 | 3,09 | 2,97 | 2,87 | 2,80 | 2,73 | 2,64 | 2,53 | 2,42 | 2,37 | 2,31 | 2,25 | 2,18 | 2,11 | 2,04 |
| **22** | 5,79 | 4,38 | 3,78 | 3,44 | 3,22 | 3,05 | 2,93 | 2,84 | 2,76 | 2,70 | 2,60 | 2,50 | 2,39 | 2,33 | 2,27 | 2,21 | 2,14 | 2,08 | 2,00 |
| **23** | 5,75 | 4,35 | 3,75 | 3,41 | 3,18 | 3,02 | 2,90 | 2,81 | 2,73 | 2,67 | 2,57 | 2,47 | 2,36 | 2,3 | 2,24 | 2,18 | 2,11 | 2,04 | 1,97 |

Продолжение табл. 9

Значения критерия $F_{\nu_1;\nu_2}$ при уровне значимости $\alpha$=0,025

| $\nu_2 \backslash \nu_1$ | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **12** | **15** | **20** | **24** | **30** | **40** | **60** | **120** | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **24** | 5,72 | 4,32 | 3,72 | 3,38 | 3,15 | 2,99 | 2,87 | 2,78 | 2,70 | 2,64 | 2,54 | 2,44 | 2,33 | 2,27 | 2,21 | 2,15 | 2,08 | 2,01 | 1,94 |
| **25** | 5,69 | 4,29 | 3,69 | 3,35 | 3,13 | 2,97 | 2,85 | 2,75 | 2,68 | 2,61 | 2,51 | 2,41 | 2,30 | 2,24 | 2,18 | 2,12 | 2,05 | 1,98 | 1,91 |
| **26** | 5,66 | 4,27 | 3,67 | 3,33 | 3,10 | 2,94 | 2,82 | 2,73 | 2,65 | 2,59 | 2,49 | 2,39 | 2,28 | 2,22 | 2,16 | 2,09 | 2,03 | 1,95 | 1,88 |
| **27** | 5,63 | 4,24 | 3,65 | 3,31 | 3,08 | 2,92 | 2,80 | 2,71 | 2,63 | 2,57 | 2,47 | 2,36 | 2,25 | 2,19 | 2,13 | 2,07 | 2,00 | 1,93 | 1,85 |
| **28** | 5,61 | 4,22 | 3,63 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,78 | 2,69 | 2,61 | 2,55 | 2,45 | 2,34 | 2,23 | 2,17 | 2,11 | 2,05 | 1,98 | 1,91 | 1,83 |
| **29** | 5,59 | 4,20 | 3,61 | 3,27 | 3,04 | 2,88 | 2,76 | 2,67 | 2,59 | 2,53 | 2,43 | 2,32 | 2,21 | 2,15 | 2,09 | 2,03 | 1,96 | 1,89 | 1,81 |
| **30** | 5,57 | 4,18 | 3,59 | 3,25 | 3,03 | 2,87 | 2,75 | 2,65 | 2,57 | 2,51 | 2,41 | 2,31 | 2,20 | 2,14 | 2,07 | 2,01 | 1,94 | 1,87 | 1,79 |
| **40** | 5,42 | 4,05 | 3,46 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,62 | 2,53 | 2,45 | 2,39 | 2,29 | 2,18 | 2,07 | 2,01 | 1,94 | 1,88 | 1,80 | 1,72 | 1,64 |
| **60** | 5,29 | 3,93 | 3,34 | 3,01 | 2,79 | 2,63 | 2,51 | 2,41 | 2,33 | 2,27 | 2,17 | 2,06 | 1,94 | 1,88 | 1,82 | 1,74 | 1,67 | 1,58 | 1,48 |
| **120** | 5,15 | 3,80 | 3,23 | 2,89 | 2,67 | 2,52 | 2,39 | 2,30 | 2,22 | 2,16 | 2,05 | 1,94 | 1,82 | 1,76 | 1,69 | 1,61 | 1,53 | 1,43 | 1,31 |
| $\infty$ | 5,02 | 3,69 | 3,12 | 2,79 | 2,57 | 2,41 | 2,29 | 2,19 | 2,11 | 2,05 | 1,94 | 1,83 | 1,71 | 1,64 | 1,57 | 1,48 | 1,39 | 1,27 | 1,00 |

Значения критерия $F_{\nu_1;\nu_2}$ при уровне значимости $\alpha$=0,05

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **161,4** | 199,5 | 215,7 | 224,6 | 230,2 | 234 | 236,8 | 238,9 | 240,5 | 241,9 | 243,9 | 245,9 | 248 | 249,1 | 250,1 | 2,51,1 | 252,2 | 253,3 | 254,3 | |
| **18,51** | 19,00 | 19,16 | 19,35 | 19,30 | 19,33 | 19,35 | 19,37 | 19,38 | 19,40 | 19,41 | 19,43 | 19,45 | 19,45 | 19,46 | 19,47 | 19,48 | 19,49 | 19,50 | |
| **10,13** | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,89 | 8,85 | 8,81 | 8,79 | 8,74 | 8,70 | 8,66 | 8,64 | 8,62 | 8,59 | 8,57 | 8,55 | 8,53 | |
| **4** | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 | 6,00 | 5,96 | 5,91 | 5,86 | 5,80 | 5,77 | 5,75 | 5,72 | 5,69 | 5,66 | 5,63 |
| **5** | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,88 | 4,82 | 4,77 | 4,74 | 4,68 | 4,62 | 4,56 | 4,53 | 4,50 | 4,46 | 4,43 | 4,40 | 4,36 |
| **6** | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,21 | 4,15 | 4,10 | 4,06 | 4,00 | 3,94 | 3,87 | 3,84 | 3,81 | 3,77 | 3,74 | 3,70 | 3,67 |
| **7** | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 | 3,68 | 3,64 | 3,57 | 3,51 | 3,44 | 3,41 | 3,28 | 3,34 | 3,30 | 3,27 | 3,23 |
| **8** | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 | 3,39 | 3,35 | 3,28 | 3,22 | 3,15 | 3,12 | 3,08 | 3,04 | 3,01 | 2,97 | 2,93 |

Продолжение табл. 9

Значения критерия $F_{\nu_1;\nu_2}$ при уровне значимости $\alpha$=0,05

| $\nu_2 \backslash \nu_1$ | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **12** | **15** | **20** | **24** | **30** | **40** | **60** | **120** | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **9** | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 | 3,18 | 3,14 | 3,07 | 3,01 | 2,94 | 2,90 | 2,86 | 2,83 | 2,79 | 2,75 | 2,71 |
| **10** | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 | 3,02 | 2,98 | 2,91 | 2,85 | 2,77 | 2,74 | 2,70 | 2,66 | 2,62 | 2,58 | 2,54 |
| **11** | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 3,01 | 2,95 | 2,90 | 2,85 | 2,79 | 2,72 | 2,65 | 2,61 | 2,57 | 2,53 | 2,49 | 2,45 | 2,40 |
| **12** | 4,75 | 3,89 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,91 | 2,85 | 2,80 | 2,75 | 2,69 | 2,62 | 2,54 | 2,51 | 2,47 | 2,43 | 2,38 | 2,34 | 2,30 |
| **13** | 4,67 | 3,81 | 3,41 | 3,18 | 3,03 | 2,92 | 2,83 | 2,77 | 2,71 | 2,67 | 2,60 | 2,53 | 2,46 | 2,42 | 2,38 | 2,34 | 2,30 | 2,25 | 2,21 |
| **14** | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,76 | 2,70 | 2,65 | 2,60 | 2,53 | 2,46 | 2,39 | 2,35 | 2,31 | 2,27 | 2,22 | 2,18 | 2,13 |
| **15** | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,71 | 2,64 | 2,59 | 2,54 | 2,48 | 2,40 | 2,33 | 2,29 | 2,25 | 2,20 | 2,16 | 2,11 | 2,07 |
| **16** | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,66 | 2,59 | 2,54 | 2,49 | 2,42 | 2,35 | 2,28 | 2,24 | 2,19 | 2,15 | 2,11 | 2,06 | 2,01 |
| **17** | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,61 | 2,55 | 2,49 | 2,45 | 2,38 | 2,31 | 2,23 | 2,19 | 2,15 | 2,10 | 2,06 | 2,01 | 1,96 |
| **18** | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,58 | 2,51 | 2,46 | 2,41 | 2,34 | 2,27 | 2,19 | 2,15 | 2,11 | 2,06 | 2,02 | 1,97 | 1,92 |
| **19** | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,54 | 2,48 | 2,42 | 2,38 | 2,31 | 2,23 | 2,16 | 2,11 | 2,07 | 2,03 | 1,98 | 1,93 | 1,88 |
| **20** | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,51 | 2,45 | 2,39 | 2,35 | 2,28 | 2,20 | 2,12 | 2,08 | 2,04 | 1,99 | 1,95 | 1,90 | 1,84 |
| **21** | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 2,49 | 2,42 | 2,37 | 2,32 | 2,25 | 2,18 | 2,10 | 2,05 | 2,01 | 1,96 | 1,92 | 1,87 | 1,81 |
| **22** | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,46 | 2,40 | 2,34 | 2,30 | 2,23 | 2,15 | 2,07 | 2,03 | 1,98 | 1,94 | 1,89 | 1,84 | 1,78 |
| **23** | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 2,44 | 2,37 | 2,32 | 2,27 | 2,20 | 2,13 | 2,05 | 2,01 | 1,96 | 1,91 | 1,86 | 1,81 | 1,76 |
| **24** | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,42 | 2,36 | 2,30 | 2,25 | 2,18 | 2,11 | 2,03 | 1,98 | 1,94 | 1,89 | 1,84 | 1,79 | 1,73 |
| **25** | 4,24 | 3,39 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,40 | 2,34 | 2,28 | 2,24 | 2,16 | 2,09 | 2,01 | 1,96 | 1,92 | 1,87 | 1,82 | 1,77 | 1,71 |
| **26** | 4,23 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,39 | 2,32 | 2,27 | 2,22 | 2,15 | 2,07 | 1,99 | 1,95 | 1,90 | 1,85 | 1,80 | 1,75 | 1,69 |
| **27** | 4,21 | 3,35 | 2,96 | 2,73 | 2,57 | 2,46 | 2,37 | 2,31 | 2,25 | 2,20 | 2,13 | 2,06 | 1,97 | 1,93 | 1,88 | 1,84 | 1,79 | 1,73 | 1,67 |
| **28** | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,45 | 2,36 | 2,29 | 2,24 | 2,19 | 2,12 | 2,04 | 1,96 | 1,91 | 1,87 | 1,82 | 1,77 | 1,71 | 1,65 |
| **29** | 4,18 | 3,33 | 2,93 | 2,70 | 2,55 | 2,43 | 2,35 | 2,28 | 2,22 | 2,18 | 2,10 | 2,03 | 1,94 | 1,90 | 1,85 | 1,81 | 1,75 | 1,70 | 1,64 |

Продолжение табл. 9

Значения критерия $F_{\nu_1;\nu_2}$ при уровне значимости $\alpha$=0,05

| $\nu_2\backslash\nu_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **30** | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,33 | 2,27 | 2,21 | 2,16 | 2,09 | 2,01 | 1,93 | 1,89 | 1,84 | 1,79 | 1,74 | 1,68 | 1,62 |
| **40** | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,25 | 2,18 | 2,12 | 2,08 | 2,00 | 1,92 | 1,84 | 1,79 | 1,74 | 1,69 | 1,64 | 1,58 | 1,51 |
| **60** | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,53 | 2,37 | 2,25 | 2,17 | 2,10 | 2,04 | 1,99 | 1,92 | 1,84 | 1,75 | 1,70 | 1,65 | 1,59 | 1,53 | 1,47 | 1,39 |
| **120** | 3,92 | 3,07 | 2,68 | 2,45 | 2,29 | 2,17 | 2,09 | 2,02 | 1,96 | 1,91 | 1,83 | 1,75 | 1,66 | 1,61 | 1,55 | 1,49 | 1,43 | 1,35 | 1,25 |
| ∞ | 3,84 | 3,00 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,10 | 2,01 | 1,94 | 1,88 | 1,83 | 1,75 | 1,67 | 1,57 | 1,52 | 1,46 | 1,39 | 1,32 | 1,22 | 1,00 |

Значения критерия $F_{\nu_1;\nu_2}$ при уровне значимости $\alpha$=0,01

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 39,86 | 49,5 | 53,59 | 55,83 | 57,24 | 58,2 | 58,91 | 59,44 | 59,86 | 60,19 | 60,71 | 61,22 | 61,74 | 62 | 62,26 | 62,53 | 62,79 | 63,06 | 63,33 |
| **2** | 8,53 | 9,00 | 9,16 | 9,24 | 9,29 | 9,33 | 9,35 | 9,37 | 9,38 | 9,39 | 9,41 | 9,42 | 9,44 | 9,45 | 9,46 | 9,47 | 9,47 | 9,48 | 9,49 |
| **3** | 5,54 | 5,46 | 5,39 | 5,34 | 5,31 | 5,28 | 5,27 | 5,25 | 5,24 | 5,23 | 5,22 | 5,20 | 5,18 | 5,18 | 5,17 | 5,16 | 5,15 | 5,14 | 5,13 |
| **4** | 4,54 | 4,32 | 4,19 | 4,11 | 4,05 | 4,01 | 3,98 | 3,95 | 3,94 | 3,92 | 3,90 | 3,87 | 3,84 | 3,83 | 3,82 | 3,80 | 3,79 | 3,78 | 3,76 |
| **5** | 4,06 | 3,78 | 3,62 | 3,52 | 3,45 | 3,40 | 3,37 | 3,34 | 3,32 | 3,30 | 3,27 | 3,24 | 3,21 | 3,19 | 3,17 | 3,16 | 3,14 | 3,12 | 3,10 |
| **6** | 3,78 | 3,46 | 3,29 | 3,18 | 3,11 | 3,05 | 3,01 | 2,98 | 2,96 | 2,94 | 2,90 | 2,87 | 2,84 | 2,82 | 2,80 | 2,78 | 2,76 | 2,74 | 2,72 |
| **7** | 3,59 | 3,26 | 3,07 | 2,96 | 2,88 | 2,83 | 2,78 | 2,75 | 2,72 | 2,70 | 2,67 | 2,63 | 2,59 | 2,58 | 2,56 | 2,54 | 2,51 | 2,49 | 2,47 |
| **8** | 3,46 | 3,11 | 2,92 | 2,81 | 2,73 | 2,67 | 2,62 | 2,59 | 2,56 | 2,54 | 2,50 | 2,46 | 2,42 | 2,40 | 2,38 | 2,36 | 2,34 | 2,32 | 2,29 |
| **9** | 3,36 | 3,01 | 2,81 | 2,69 | 2,61 | 2,55 | 2,51 | 2,47 | 2,44 | 2,42 | 2,38 | 2,34 | 2,30 | 2,28 | 2,25 | 2,23 | 2,21 | 2,18 | 2,16 |
| **10** | 3,29 | 2,92 | 2,73 | 2,61 | 2,52 | 2,46 | 2,41 | 2,38 | 2,35 | 2,32 | 2,28 | 2,24 | 2,20 | 2,18 | 2,16 | 2,13 | 2,11 | 2,08 | 2,06 |
| **11** | 3,23 | 2,86 | 2,66 | 2,54 | 2,45 | 2,39 | 2,34 | 2,30 | 2,27 | 2,25 | 2,21 | 2,17 | 2,12 | 2,10 | 2,08 | 2,05 | 2,03 | 2,00 | 1,97 |
| **12** | 3,18 | 2,81 | 2,61 | 2,48 | 2,39 | 2,33 | 2,28 | 2,24 | 2,21 | 2,19 | 2,15 | 2,10 | 2,06 | 2,04 | 2,01 | 1,99 | 1,96 | 1,93 | 1,90 |

Окончание табл. 9

Значения критерия $F_{\nu_1;\nu_2}$ при уровне значимости $\alpha$=0,01

| $\nu_2 \backslash \nu_1$ | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **12** | **15** | **20** | **24** | **30** | **40** | **60** | **120** | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **13** | 3,14 | 2,76 | 2,56 | 2,43 | 2,35 | 2,28 | 2,23 | 2,20 | 2,16 | 2,14 | 2,10 | 2,05 | 2,01 | 1,98 | 1,96 | 1,93 | 1,90 | 1,88 | 1,85 |
| **14** | 3,10 | 2,73 | 2,52 | 2,39 | 2,31 | 2,24 | 2,19 | 2,15 | 2,12 | 2,10 | 2,05 | 2,01 | 1,96 | 1,94 | 1,91 | 1,89 | 1,86 | 1,83 | 1,80 |
| **15** | 3,07 | 2,70 | 2,49 | 2,36 | 2,27 | 2,21 | 2,16 | 2,12 | 2,09 | 2,06 | 2,02 | 1,97 | 1,92 | 1,90 | 1,87 | 1,85 | 1,82 | 1,79 | 1,76 |
| **16** | 3,05 | 2,67 | 2,46 | 2,33 | 2,24 | 2,18 | 2,13 | 2,09 | 2,06 | 2,03 | 1,99 | 1,94 | 1,89 | 1,87 | 1,84 | 1,81 | 1,78 | 1,75 | 1,72 |
| **17** | 3,03 | 2,64 | 2,44 | 2,31 | 2,22 | 2,15 | 2,10 | 2,06 | 2,03 | 2,00 | 1,96 | 1,91 | 1,86 | 1,84 | 1,81 | 1,78 | 1,75 | 1,72 | 1,69 |
| **18** | 3,01 | 2,62 | 2,42 | 2,29 | 2,20 | 2,13 | 2,08 | 2,04 | 2,00 | 1,98 | 1,93 | 1,89 | 1,84 | 1,81 | 1,78 | 1,75 | 1,72 | 1,69 | 1,66 |
| **19** | 2,99 | 2,61 | 2,40 | 2,27 | 2,18 | 2,11 | 2,06 | 2,02 | 1,98 | 1,96 | 1,91 | 1,86 | 1,81 | 1,79 | 1,76 | 1,73 | 1,70 | 1,67 | 1,63 |
| **20** | 2,97 | 2,59 | 2,38 | 2,25 | 2,16 | 2,09 | 2,04 | 2,00 | 1,96 | 1,94 | 1,89 | 1,84 | 1,79 | 1,77 | 1,74 | 1,71 | 1,68 | 1,64 | 1,61 |
| **21** | 2,96 | 2,57 | 2,36 | 2,23 | 2,14 | 2,08 | 2,02 | 1,98 | 1,95 | 1,92 | 1,87 | 1,83 | 1,78 | 1,75 | 1,72 | 1,69 | 1,66 | 1,62 | 1,59 |
| **22** | 2,95 | 2,56 | 2,35 | 2,22 | 2,13 | 2,06 | 2,01 | 1,97 | 1,93 | 1,90 | 1,86 | 1,81 | 1,76 | 1,73 | 1,70 | 1,67 | 1,64 | 1,60 | 1,57 |
| **23** | 2,94 | 2,55 | 2,34 | 2,21 | 2,11 | 2,05 | 1,99 | 1,95 | 1,92 | 1,89 | 1,84 | 1,80 | 1,74 | 1,72 | 1,69 | 1,66 | 1,62 | 1,59 | 1,55 |
| **24** | 2,93 | 2,54 | 2,33 | 2,19 | 2,10 | 2,04 | 1,98 | 1,94 | 1,91 | 1,88 | 1,83 | 1,78 | 1,73 | 1,70 | 1,67 | 1,64 | 1,61 | 1,57 | 1,53 |
| **25** | 2,92 | 2,53 | 2,32 | 2,18 | 2,09 | 2,02 | 1,97 | 1,93 | 1,89 | 1,87 | 1,82 | 1,77 | 1,72 | 1,69 | 1,66 | 1,63 | 1,59 | 1,56 | 1,52 |
| **26** | 2,91 | 2,52 | 2,31 | 2,17 | 2,08 | 2,01 | 1,96 | 1,92 | 1,88 | 1,86 | 1,81 | 1,76 | 1,71 | 1,68 | 1,65 | 1,61 | 1,58 | 1,54 | 1,50 |
| **27** | 2,90 | 2,51 | 2,30 | 2,17 | 2,07 | 2,00 | 1,95 | 1,91 | 1,87 | 1,85 | 1,80 | 1,75 | 1,70 | 1,67 | 1,64 | 1,60 | 1,57 | 1,53 | 1,49 |
| **28** | 2,89 | 2,50 | 2,29 | 2,16 | 2,06 | 2,00 | 1,94 | 1,90 | 1,87 | 1,84 | 1,79 | 1,74 | 1,69 | 1,66 | 1,63 | 1,59 | 1,56 | 1,52 | 1,48 |
| **29** | 2,89 | 2,50 | 2,28 | 2,15 | 2,06 | 1,99 | 1,93 | 1,89 | 1,86 | 1,83 | 1,78 | 1,73 | 1,68 | 1,65 | 1,62 | 1,58 | 1,55 | 1,51 | 1,47 |
| **30** | 2,88 | 2,49 | 2,28 | 2,14 | 2,03 | 1,98 | 1,93 | 1,88 | 1,85 | 1,82 | 1,77 | 1,72 | 1,67 | 1,64 | 1,61 | 1,57 | 1,54 | 1,50 | 1,46 |
| **40** | 2,84 | 2,44 | 2,23 | 2,09 | 2,00 | 1,93 | 1,87 | 1,83 | 1,79 | 1,76 | 1,71 | 1,66 | 1,61 | 1,57 | 1,54 | 1,51 | 1,47 | 1,42 | 1,38 |
| **60** | 2,79 | 2,39 | 2,18 | 2,04 | 1,95 | 1,87 | 1,82 | 1,77 | 1,74 | 1,71 | 1,66 | 1,60 | 1,54 | 1,51 | 1,48 | 1,44 | 1,40 | 1,35 | 1,29 |
| **120** | 2,75 | 2,35 | 2,13 | 1,99 | 1,90 | 1,82 | 1,77 | 1,72 | 1,68 | 1,65 | 1,60 | 1,55 | 1,48 | 1,45 | 1,41 | 1,37 | 1,32 | 1,26 | 1,19 |
| ∞ | 2,71 | 2,30 | 2,08 | 1,94 | 1,85 | 1,77 | 1,72 | 1,67 | 1,63 | 1,60 | 1,55 | 1,49 | 1,42 | 1,38 | 1,34 | 1,30 | 1,24 | 1,17 | 1,00 |

Таблица 10

Показатели оценки (фрагмент)

| НВ-Y-1-2. ЭФР – эффект финансового рычага (финансовый levереджж) | | |
|---|---|---|
| № п.п. | НВ-Y-1-2-ЭФР | НВ-Y-1-2-ЭФР |
| | min-max | НВ-Y-1-2-ЭФР |
| 1 | 503,305 | 624,106 |
| 2 | 533,335 | 553,305 |
| 3 | 543,345 | 626,911 |
| 4 | 553,305 | 601,440 |
| 5 | 553,545 | 622,122 |
| 6 | 563,365 | 543,345 |
| 7 | 591,870 | 616,111 |
| 8 | 592,192 | 621,440 |
| 9 | 601,440 | 632,322 |
| 10 | 602,102 | 563,365 |
| 11 | 606,101 | 606,101 |
| 12 | 606,801 | 671,470 |
| 13 | 611,410 | 602,102 |
| 14 | 611,410 | 503,305 |
| 15 | 616,111 | 676,111 |
| 16 | 621,440 | 611,410 |
| 17 | 622,122 | 642,342 |
| 18 | 624,106 | 533,335 |
| 19 | 626,911 | 666,101 |
| 20 | 632,322 | 691,470 |
| 21 | 642,342 | 592,192 |
| 22 | 666,101 | 553,545 |
| 23 | 671,470 | 696,907 |
| 24 | 676,111 | 611,410 |
| 25 | 691,470 | 606,801 |
| 26 | 696,907 | 591,870 |
| | СР знач НВ-Y-1-2-ЭФР | 610,036 |

2. Максимальное относительное отклонение ООmax равно

$$OOOmax = \frac{x_{i\,max} - \bar{x}}{S_n} = \frac{696{,}907 - 610{,}038}{48{,}548},$$

где – $\boldsymbol{x_{i\,max}}$ максимальное значение вариационного ряда; $\boldsymbol{\overline{x}}$ – среднее значение выборки (вариационного ряда); $\boldsymbol{S_n}$ – выборочное среднее квадратичное отклонение (точечная оценка) (СКО) $\boldsymbol{S_n} = \sqrt{\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{n-1}}\sum_i^n((\boldsymbol{x_i} - \boldsymbol{\overline{x}})^2)} = \mathbf{48,548}$; n – количество всех наблюдений.

3. Расчёт и анализ величин отчётных данных (статистики) с учётом уточняющего множителя по Т-критерию.

Минимальное значение $T_1$ вариационного ряда $T$-статистики будет равно

$$\mathrm{T}_{\mathbf{1}} = \frac{\overline{x} - x_{1min}}{\sqrt{S^2}} = \frac{\mathbf{6100{,}083 - 696{,}90}}{\sqrt{\mathbf{48{,}548^2}}} = \mathbf{2{,}19847}\ .$$

Анализируемые данные выборки***Y-1-2. ЭФР*** не содержит грубых погрешностей («ошибок»), если будет выполнено условие $T_i \leq G_{\alpha(\text{табл})}$ при $i=1\ldots n$ (табл. 11). При существующих условиях величина $\mathrm{T}_{\mathbf{1}} = \mathbf{2{,}19847} \leq \mathbf{2{,}7940}$, что соответствует условию Граббса, когда данные отчёта за анализируемый период «не содержат грубых погрешностей («ошибок»). В представленном примере табличное значение $G_{\alpha(\text{табл})} = 2{,}794$ при $\boldsymbol{T_\alpha}$ - критерии Граббса со значимостью 0,95 (в 95 случаях из 100 данные величины соответствуют принятым величинам).

Таблица 11

Критические значения критерия Граббса

| Число наблюдений | Доверительная вероятность при $\alpha - 1$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| **n** | **0,9** | **0,95** | **0,975** | **0,99** |
| **3** | 1,4060 | 1,4120 | 1,4140 | 1,4140 |
| **4** | 1,6450 | 1,6890 | 1,7100 | 1,7230 |
| **5** | 1,7910 | 1,8690 | 1,9170 | 1,9550 |
| **6** | 1,8940 | 1,9960 | 2,0670 | 2,1300 |
| **7** | 1,9470 | 2,0930 | 2,1820 | 2,2650 |
| **8** | 2,0410 | 2,1720 | 2,2730 | 2,3740 |
| **9** | 2,0970 | 2,2380 | 2,3490 | 2,4640 |
| **10** | 2,1460 | 2,2940 | 2,4140 | 2,5400 |
| **11** | 2,1900 | 2,3430 | 2,4700 | 2,6060 |
| **12** | 2,2290 | 2,4890 | 2,5190 | 2,6630 |
| **13** | 2,2640 | 2,5360 | 2,5630 | 2,7130 |
| **14** | 2,2970 | 2,5891 | 2,6020 | 2,7590 |
| **16** | 2,3540 | 2,6930 | 2,6700 | 2,8370 |

Окончание табл. 11

| Число наблюдений | Доверительная вероятность при $\alpha - 1$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| **18** | 2,4040 | 2,7070 | 2,7280 | 2,9030 |
| **20** | 2,4470 | 2,7230 | 2,7790 | 2,9590 |
| **22** | 2,4860 | 2,7640 | 2,8230 | 3,0080 |
| **24** | 2,5210 | 2,7810 | 2,8620 | 3,0510 |
| **26** | 2,5530 | 2,7940 | 2,8970 | 3,0890 |
| **28** | 2,5820 | 2,8040 | 2,9290 | 3,1240 |
| **30** | 2,6090 | 2,8820 | 2,9580 | 3,1560 |
| **n** | **0,9** | **0,95** | **0,975** | **0,99** |
| **35** | 2,6680 | 2,8930 | 3,0220 | 3,2240 |
| **40** | 2,7180 | 2,9040 | 3,0750 | 3,2810 |
| **45** | 2,7620 | 2,9480 | 3,1200 | 3,3290 |
| **50** | 2,8000 | 2,9870 | 3,1600 | 3,3700 |

Анализ на наличие грубых погрешностей максимального значения вариационного ряда, определяемого по выражению $T_{n(max)} = \frac{x_{n(max)} - \bar{x}}{\sqrt{S^2}}$ показал, что $T_{n(max)}=1{,}78938<C_{\alpha=0{,}05}=2{,}7940$.

$$T_{n(max)} = \frac{503{,}305-610{,}036}{\sqrt{48{,}548^2}} = 1{,}78938\ .$$

По критерию Граббса (см. табл. 12) данные отчёта, за анализируемый период не содержат грубых погрешностей. Расчёт и анализ отчётных данных с учётом уточняющего множителя по $G_{1(min)}$-критерию для минимального $x_{1\ (min)}$ значения ряда.

Расчёт критерия производится по формуле $G_{1\,min} = \frac{\sum_{i=2}^{n}(x_i-\hat{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$, где $\hat{x}$ – средняя величина отчётных данных без минимального значения вариационного ряда

$\boldsymbol{\hat{x}_{n(\text{без}\ min)}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{n-1}}\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{x_i} = \mathbf{614{,}3054}$.Анализ на наличие грубых погрешностей минимального значения вариационного ряда, определяемого по выражению $G_{1(min)} = \frac{\sum_{i=2}^{n}(x_i-\hat{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$ показал, что $\boldsymbol{G_{1\,min}} = \mathbf{0{,}9374983} > 0{,}704$ (см. табл. 12). Полученный результат указывает на то, что по условию Смирнова-Граббса – $G_{imin} \leq C'_{\alpha=0{,}05}$ (вариант содержания грубых погрешностей), вариационный ряд не содержит грубых погрешностей.

4. Расчёт и анализ величин отчётных данных (статистики) с учётом уточняющего множителя по $G_{n(max)}$-критерию для минимального $x_{n\ (max)}$ значения ряда.

Расчёт критерия производится по формуле $G_{n\,max} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}(x_i - \check{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$, где $\check{x}$ – средняя величина отчётных данных без *максимального значения* вариационного ряда

$$\check{x}_{n(\text{без}\,max)} = \frac{1}{n-1}606{,}561.$$

Анализ на наличие грубых погрешностей *минимального значения* вариационного ряда, определяемого по выражению $G_{n\,max} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}(x_i - \check{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ показал, что $G_{n\,max} = 0{,}910716 > 0{,}704$ (см. табл. 12). Полученный результат указывает на то, что по условию Смирнова-Граббса – $G_{imax} \leq C'_{\alpha=0{,}05}$ (вариант содержания грубых «ошибок») вариационный ряд не содержит *грубых погрешностей.*

Таблица12

Критерий значимости $C_\alpha$ при использовании показателей оценки $G_{1(min)}$ и $G_{n(max)}$

| Число наблюдений | Доверительная вероятность α | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **n** | 0,100 | 0,050 | 0,025 | n | 0,100 | **0,050** | 0,025 |
| 1 | | | | 14 | 0,5942 | 0,534 | 0,4792 |
| 2 | | | | 15 | 0,6134 | 0,5559 | 0,503 |
| 3 | 0,019 | 0,0027 | 0,007 | 16 | 0,6306 | 0,5755 | 0,5246 |
| 4 | 0,0975 | 0,0494 | 0,00248 | 17 | 0,6461 | 0,593 | 0,5142 |
| 5 | 0,1984 | 0,127 | 0,00808 | 18 | 0,6601 | 0,6095 | 0,5621 |
| 6 | 0,2826 | 0,2032 | 0,01453 | 19 | 0,673 | 0,6243 | 0,5785 |
| 7 | 0,3503 | 0,2696 | 0,02066 | 20 | 0,6848 | 0,6379 | 0,5937 |
| **n** | 0,100 | 0,050 | 0,025 | **n** | 0,100 | **0,050** | 0,025 |
| 8 | 0,405 | 0,3261 | 0,06616 | 21 | 0,6958 | 0,6504 | 0,6076 |
| 9 | 0,4502 | 0,3742 | 0,03101 | 22 | 0,7058 | 0,6621 | 0,6206 |
| 10 | 0,4881 | 0,4154 | 0,3526 | 23 | 0,7151 | 0,6728 | 0,6237 |
| 11 | 0,5204 | 0,4511 | 0,3901 | 24 | 0,7238 | 0,6829 | 0,6439 |
| 12 | 0,5483 | 0,4822 | 0,4232 | 25 | 0,7319 | 0,6923 | 0,6544 |
| 13 | 0,5727 | 0,5097 | 0,4528 | 26 | 0,7419 | **0,7043** | 0,6634 |

## Оценка и анализ гипотез

***Гипотеза*** (от греческого **hypothesis** – догадка, основание, предположение и т. п.…). Суждение, относящееся к распределению «случайных событий», т. е. о параметрах распределения вероятностей, утверждающих данное событие (гипотеза в общем случае этовероятностное утверждение). Наблюдения могут возникать в различных областях деятельности хозяйственных субъектов. Вот некоторые примеры.

- Сведения поставщика деталей о своей продукции правильные.
- Сведения поставщика деталей о своей продукции ложные.
- Новый (разработанный) метод обучения лучше, чем старый.
- Стандарт по чистоте воздуха в городе не выполняется.
- Данные о занятости населения предполагают наличие дискриминационной политики при найме на работу.

Перечисленные случаи гипотез являются статистическими сведениями для экспертов и обладают общими признаками.

- Вероятности определения сведений поставщика о продукции равны. Что указывает на равномерное распределение случайной переменной, которая представляет собой число равнозначной информации.
- Размер деталей, поступивших от поставщика, больше, чем он заявлял (отличается от заявленной информации).
- Средняя оценка стандартного тестирования подготовленных учащихся по-новому методу выше, чем у обучавшихся по традиционному методу.
- Значения параметров, характеризующих чистоту воздуха в городе, превышает, чем установлено стандартом.
- Для некоторых работодателей переменная «принятие на работу» не будет независимой от переменной «пол» (или «этническая принадлежность», «вероисповедание» и т. д.).

Для каждого из этих примеров практически невозможно непосредственно определить истинность гипотезы (истинность происходящих событий). Например, практически невозможно измерить длину каждой из сотен, а может быть и тысяч поступающих деталей. Или произвести проверку знаний всех студентов, которые должны обучаться по-новому методу на протяжении 15 лет. Конечно, можно протестировать студентов через год после окончания обучения. Но оценку эффективности нового метода нужно делать до его реализации, а не после. А для гипотезы (4) можно ли проверить каждый кубический метр воздуха в городе? И, наконец, что означает в 5-й гипотезе прямая верификация для каждого человека? Из-за невозможности определить истинность оценки экспертов прямым путем, приходится ***«проверять» гипотезы***, т.е. устанавливать, не противоречит ли высказанная экспертная гипотеза имеющимся выборочным данным. Эта процедура носит название *статистической проверки гипотез*. Результат сопоставления высказанных гипотез с выборочными данными может быть либо *отрицательным* (данные наблюдения противоречат высказанной гипотезе, а поэтому гипотезу надо *отклонить*), либо *неотрицательным* (данные наблюдения не противоречат высказанной гипотезе, а поэтому ее можно *принять* в качестве одного из возможных решений). Например, если предположить, что средний выход *продукта* какого-либо производства составляет 94,5%. Такое утверждение можно представить в формализованном виде как

$$\boldsymbol{H_0 : \mu = 94,5;}$$

$$\boldsymbol{H_1 : \mu \neq 94,5.}$$

Утверждение $\boldsymbol{H_0 : \mu = 94,5}$ – называется *нулевой гипотезой*, а утверждение $\boldsymbol{H_1 : \mu \neq 94,5}$ – *альтернативной гипотезой*. Поскольку $\boldsymbol{H_1}$– определяет значения $\boldsymbol{\mu}$, которые либо больше, либо меньше **94,5** т.е. запись $\boldsymbol{94,5 < \mu > 94,5}$ есть двусторонняя альтернатива. Значение среднего утверждение $\boldsymbol{\mu = 94,5}$, задаваемого нулевой гипотезой $\boldsymbol{H_0 : \mu = 94,5}$ , оценивается одним из трёх способов:

1. Среднее $\boldsymbol{\mu}$ может быть известно из результатов ранее проводившихся экспертиз (наблюдений);
2. Среднее $\boldsymbol{\mu}$ может быть известно из теории исследуемого процесса (по полученной модели);
3. Среднее $\boldsymbol{\mu}$ может быть известно из заданных условий (например, «так надо»).

Проверка гипотезы состоит в следующем. Производится случайная выборка из совокупности наблюдений $\boldsymbol{y}_i$, по которой находится значение *некоторой статистики*, и принимается решение, отклонить или принять *нулевую гипотезу* $H_0 : \mu = 94,5$. Для этого необходимо знать «распределение статистики», используемой для проверки, в предположении истинности *нулевой гипотезы* $H_0 : \mu = 94,5$,а так же «*множества знаний статистики»,* которые привели бы к отклонению гипотезы. Такое *множество знаний статистики называется критической областью,* или *областью отклонения гипотезы.* При оценке гипотез встречаются «погрешности» *двух родов:*

- если нулевая гипотеза $H_0$ *отклоняется,когда она истина,* то совершается «погрешность» *1-го рода;*
- если нулевая гипотеза $H_0$ *не отклоняется, когда она ложна,* то совершается «погрешность» *2-го рода.*

Вероятностям этих погрешностей присвоены специальные обозначения: во первых, $\alpha$=*P* – т. е. допускается «погрешность» *1-го рода*, т. е. гипотеза $H_0$отклоняется, когда $H_0$– *истина; и второе утверждение,* β=Р – допускается, а именно, «погрешность» *2-го рода*, т. е. не отклоняется, когда $H_0$ – *ложна.*

Кроме того, часто применяется такое понятие, как *«мощность критерия»*, которое определяется как *МОЩНОСТЬ Р= 1 –* $\beta$ отклонить, когда $H_0$– *ложна.* При проверке гипотез в общем случае задаётся величина $\alpha$-

*вероятность* – «погрешность» *1-го рода*, которая называется *«уровнем значимости критерия»* и выбирается процедура проверки, обеспечивающую малую (приемлемую) величину «погрешности» 2-го рода, т. е. $\beta$-вероятность**.**

**Алгоритм проверки гипотез относительно средних**

Вот несколько часто встречающихся задач на проверку гипотез.

- Сравнение «средних» при известной дисперсии.
- Сравнение «средних» при неизвестной дисперсии.
- Сравнение дисперсий.

***В начале, когда $y_i$ есть нормальная случайная переменнаяс неизвестным средним $\mu$,*** и известной дисперсией $\boldsymbol{\sigma^2}$**.** Необходимо проверить гипотезы

$$\text{Нулевая гипотеза } \mathrm{H}_0 : \mu = \mu_0;$$

$$\text{Альтернативная гипотеза } \mathrm{H}_1 : \mu \neq \mu_0,$$

где $\mu_0$ – заданная средняя величина.

Нулевая гипотеза $H_0 : \mu = \mu_0$ на основе выборки из $n$-наблюдений $y_i$ численно определяется *относительной (процентной) точкой статистики*лежащей в основе критерия оценки.

$$Z_0 = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}},$$

Нулевая гипотеза $\boldsymbol{H_0 : \mu = \mu_0}$ *отклоняется*, если будет выполнено условие$|\boldsymbol{Z_0}| > \boldsymbol{Z_{\alpha/2}}$, где $Z_{\alpha/2}$ – *верхняя* $\alpha/2$ *относительная (процентная) точка стандартизованного нормального распределения (табл. 7).*

***Обоснование и процедура проверки***

1. В соответствие с «*центральной предельной теоремой»* выборочное среднее есть $\bar{y} = N(\mu, \sigma^2/n)$, поэтому, если $H_0$ – *истина,* то величина $Z_0$ из соотношения $Z_0 = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ подчиняется закону $N(0, 1)$ и, значит, можно ожидать, что *(1–α) – доверительная вероятность* или *100(1–α)* – доверительных процентов значений $Z_0$попадут в интервал между величинами $(-\boldsymbol{Z_0}$ и $\boldsymbol{Z_{\alpha/2}})$.

2. Появление выборки, для которой $Z_0$ лежит вне этого интервала, т. е. интервала $(-Z_0$ и $Z_{\alpha/2})$, было бы условием *истинности* нулевой гипотезы $H_0 : \mu = \mu_0$; чем-то необычным и могло бы быть основанием для отклонения нулевой гипотезы $H_0$. Необходимо отметить и то, что *α=P – допустит погрешность 1-го рода и здесь используется как критерий оценки.*

При решении ряда задач может оказаться *желательным* отклонить нулевую гипотезу $H_0$ только при условии, что истинное значение среднего $\mu$

*превосходит*$\mu_0$, т. е. может быть принята гипотеза $\boldsymbol{H_1}: \boldsymbol{\mu} > \boldsymbol{\mu_0}$. В этом случае формулируется *односторонняя альтернатива, т. е.* $\boldsymbol{H_1}: \boldsymbol{\mu} > \boldsymbol{\mu_0}$, и нулевая гипотеза $\boldsymbol{H_0}: \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu_0}$ отклоняется при доверительных процентах значений $(Z_0 > Z_\alpha)$. Если же необходимо отклонить нулевую гипотезу $\boldsymbol{H_0}: \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu_0}$ только при значениях $\mu$ меньше $\mu_0$, то, в качестве *альтернативной гипотезы* принимается $\boldsymbol{H_1}: \boldsymbol{\mu} > \boldsymbol{\mu_0}$, а нулевая гипотеза $\boldsymbol{H_0}: \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu_0}$ отклонена. Тогда критерием принятия решений будет соотношение доверительных процентов значений $(Z_0 < -Z_\alpha)$. Условия проверки рассмотренных гипотез сведены в табличную форму, табл. 13.

Таблица 13

Проверка гипотез относительно средних при известной дисперсии

| Оцениваемые гипотезы | Статистика для проверки (нормальное распределение) | Критерии отклонения |
|---|---|---|
| $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_0: \mu \neq \mu_0 \end{cases}$ | $Z_0 = \dfrac{\bar{y} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ | $\lvert Z_0 \rvert > Z_{\alpha/2}$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_0: \mu < \mu_0 \end{cases}$ | | $Z_0 < -Z_\alpha$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_0: \mu > \mu_0 \end{cases}$ | | $Z_0 > Z_\alpha$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \gamma \end{cases}$ | $Z_0 = \dfrac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2 - \gamma}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ | $\lvert Z_0 \rvert > Z_{\alpha/2}$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 < \gamma \end{cases}$ | | $Z_0 < -Z_\alpha$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 > \gamma \end{cases}$ | | $Z_0 > Z_\alpha$ |

***Пример 1.*** Оценка гипотез на основе стандартизованного нормального распределения. Предприятие, которое реализует волокно, интересует, превосходит ли *средняя цена 1м$^2$ за партию в 220 \$*. В рассматриваемом случае известно: цена 1м$^2$ волокна составляет 220 \$; стандартное отклонение от цены при заданной информации составляет $\sigma = 10$. Выборка цены волокна составила 5; выборочное среднее цены равно 230\$ за 1м$^2$. Необходимо проверить гипотезу *с вероятностью*$\alpha = 0{,}05$, которая в формализованном виде выглядит так $\begin{cases} H_0: \mu = 220\$; \\ H_1: \mu > 220\$ \end{cases}$

***Решение***

1. *Числовое значение, используемое для статистической проверки нулевой гипотезы* $H_0: \mu = 220\$$ *равно*

$$Z_0 = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{230 - 220}{10/\sqrt{5}} = 2{,}2360.$$

Таблица 14 (фрагмент для ссылки)

Кумулятивная функция стандартизированного нормального распределения

| Z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | *0,05* | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ………… | | | | | | | | | | |
| 2,0 | 0,97725 | 0,97778 | 0,97831 | 0,97882 | 0,97932 | 0,97982 | 0,98030 | 0,98077 | 0,98124 | 0,98169 |
| 2,2 | 0,98610 | 0,98645 | 0,98679 | 0,98713 | 0,98745 | 0,98778 | 0,98809 | 0,98840 | 0,98870 | 0,98890 |

Если по условию задаётся «погрешность» вероятности 1-го рода для $\alpha = 0{,}05$, то в соответствие с кумулятивной функцией стандартизированного нормального распределения (см. табл. 14) равна

$$\mathrm{Z}_{\alpha=\cdots} = \frac{(0{,}98713+0{,}98745)}{2} - 0{,}5 = 0{,}4873.$$

Числовое значение статистики $Z_0 = 2{,}236$, которое можно представить как $Z_0 = 2{,}200 + 0{,}0360 = 2{,}2360$. Десятые и сотые доли величины Z необходимо представить так, чтобы по горизонтали (табл. 15) Z находится между Z=(0,030+0,04)/2, а по вертикали величина Z=2,200. На пересечении горизонтальных и вертикальных значений величины Z в соответствующей ячейки стоит число (0,98713+0,987454)/2. Тогда площадь заштрихованного участка (рис. 4) под кривой в относительных единицах за минусом 0,5 – соответствующей площади под кривой с положительными величинами средней μ (все заданные средние значения по условию задачи, положительные величины). Таким образом, площадь под кривой стандартного нормального распределения (см. рис. 4) будет равна

$$\mathrm{Z}_{\alpha=\cdots} = \frac{(0{,}98713 + 0{,}98745)}{2} - 0{,}5 = 0{,}4873.$$

Представленный расчёт указывает на то, что соответствующее «значение статистики» принимаемается как критерий оценки нулевой гипотезы. Значение статистики $Z_0 = 2{,}23600 > Z_{\alpha=\cdots} = 0{,}4873$. Таким образом, нулевая гипотеза $H_0{:}\, \mu = 220$ \$*«отклоняется»*, так как представленный критерий отклонения гипотезы соответствует условию $|Z_0| > Z_{\alpha/2}$, а именно $(|2{,}23600| > (0{,}98713 + 0{,}987454)/2)$. И вывод заключается в том, что средняя цена по партии не равна 220 \$ за 1 м$^2$ волокна.

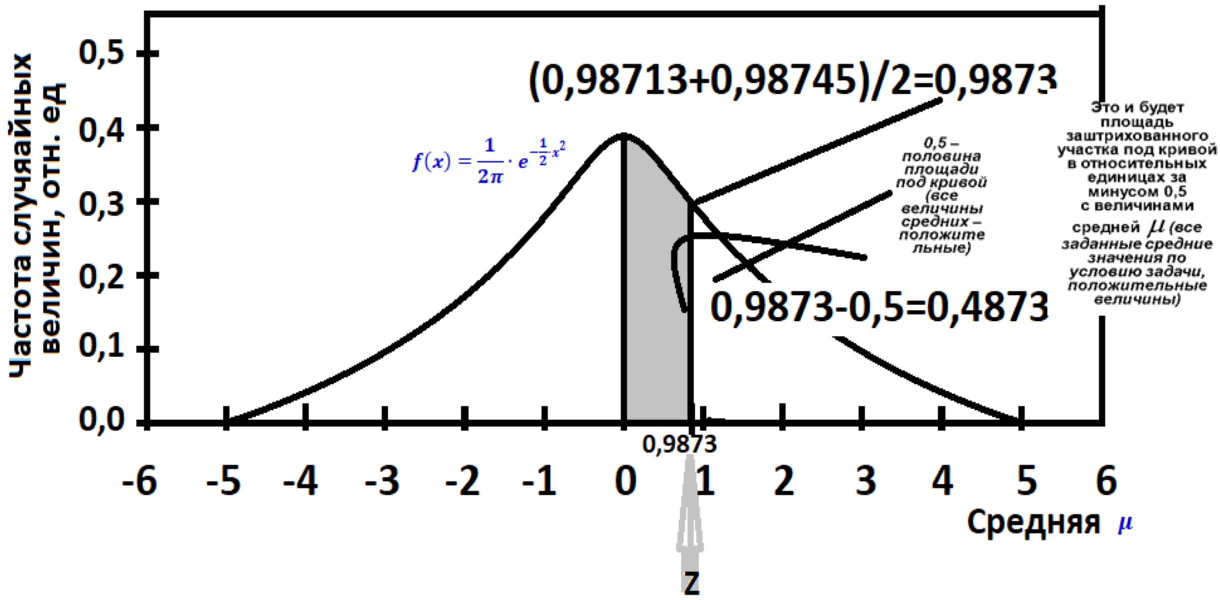


Рис. 4. Гистограмма с оценкой площади (0,4873)

Так как нулевая гипотеза $H_0\colon \mu = 220$ \$ «отклонена», то целесообразна проверка двусторонних гипотез, которая в формализованном виде выглядит так

$$\begin{Bmatrix} H_o\colon \mu = \mu_o \\ H_1\colon \mu > \mu_o \end{Bmatrix}.$$

Критерий отклонения гипотезы определяется по соотношению $Z_0 > Z_\alpha$. По данному критерию альтернативная гипотеза $H_0\colon \mu > 220$ \$*«отклоняется»*, так как представленный критерий отклонения гипотезы соответствует условию $Z_0 > Z_\alpha$, а именно $(2{,}2360 > (0{,}98713 + 0{,}987454)/2)$. И вывод заключается в том, что средняя цена по партии не превосходит 220 \$ за 1 м$^2$ волокна.

И в этом случае альтернативная гипотеза $H_0\colon \mu > 200$ \$ «отклоняется». Тогда целесообразно проверить гипотезу $\begin{Bmatrix} \mathrm{H_o}\colon \mu = \mu_o \\ \mathrm{H_1}\colon \mu < \mu_o \end{Bmatrix}$. По критерию отклонения $Z_0 < -Z_\alpha$. Альтернативная гипотеза $H_0\colon \mu < 220$ \$ *«не отклоняется»,* так как представленный критерий отклонения гипотезы не соответствует критерию отклонения $Z_0 < -Z_\alpha$, а именно $(2{,}2360$ не меньше $(-(0{,}98713 + 0{,}987454)/2)$, следовательно средняя цена по партии не превосходит 220 \$ за 1 м$^2$ волокна.

*Оценка гипотез при неизвестной дисперсии распределения совокупностей.* Если дисперсия неизвестна, то необходимо делать «дополнительные предложения о нормальности распределения». При этом необходимо учитывать то, что небольшие отклонения от «нормальности» не приводят к существенному (значимому) искажению результата. При проверке гипотез вида $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0; \\ H_1: \mu \neq \mu_0 \end{cases}$ в случае неизвестной дисперсии для оценки $\boldsymbol{\sigma^2}$ используется выборочная дисперсия $\boldsymbol{S^2}$. Заменяя в формуле $Z_0 = \frac{\bar{y}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ относительной (процентной) точки статистики «дисперсию» $\sigma^2$ на «выборочную дисперсию» $S^2$, получается статистика для проверки гипотезы ($t$-критерий оценки) $t_0 = \frac{\bar{y}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$.

Нулевая гипотеза $\mathrm{H_0}: \mu = \mu_0$, будет отклонена, если выполняются условия: $|t_0| > t_{\alpha/2;n-1}$, где $t_{\alpha/2;n-1}$ – верхняя $\alpha/2$ – относительная (процентная) точка $t$-распределения с $(n-1)$ степенями свободы. Условия проверки рассмотренных гипотез приведены в табл. 15.

Таблица 15

Проверка гипотез относительно средних
нормально распределённых совокупностей при неизвестной дисперсии

| Оцениваемые гипотезы | Статистика для проверки (нормальное распределение) | Критерии отклонения |
|---|---|---|
| $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_0: \mu \neq \mu_0 \end{cases}$ | $t_0 = \dfrac{\bar{y}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$ | $\lvert t_0\rvert > t_{\alpha/2;n-1}$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_0: \mu < \mu_0 \end{cases}$ | | $t_0 < -t_{\alpha;n-1}$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_0: \mu > \mu_0 \end{cases}$ | | $t_0 > t_{\alpha;n-1}$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \gamma \end{cases}$ | при $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $t_{0(S_p)} = \frac{\bar{y}_1-\bar{y}_2-\gamma}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$, $\nu_{(S_p)} = n_1 + n_2 - 2$, где $S_p^2 = \dfrac{(n_1-1)*S_1^2 + (n_2-1)*S_2^2}{n_1+n_2-2}$ | $\lvert t_0\rvert > t_{\alpha/2;\nu}$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 < \gamma \end{cases}$ | | $t_0 < -t_{\alpha;\nu}$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 > \gamma \end{cases}$ | | $t_0 > t_{\alpha;\nu}$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \gamma \end{cases}$ | при $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $t_{0(S)} = \dfrac{\bar{y}_1-\bar{y}_2-\gamma}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}$ $\nu_{(S)} = \dfrac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(S_1^2/n_1\right)^2}{n_1+1}+\frac{\left(S_2^2/n_2\right)^2}{n_2+1}} - \mathbf{2}$ | $\lvert t_0\rvert > t_{\alpha/2;\nu}$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 < \gamma \end{cases}$ | | $t_0 < -t_{\alpha;\nu}$ |
| $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 > \gamma \end{cases}$ | | $t_0 > t_{\alpha;\nu}$ |

Оценивая гипотезы, в реальности могут, иметь место и другие условия. Например, *имеются две $y_1$ и $y_2$ нормальные случайные переменныес неизвестными средними $\mu_1$* и $\mu_2$, отличающиеся друг от друга на постоянную величину $\gamma$ и *известными дисперсиями $\sigma_1^2$ и $\sigma_2^2$*. В формализованном виде рассматриваемые условия анализа имеют вид

$$\begin{cases} \mathrm{H}_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ \mathrm{H}_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \gamma \end{cases}.$$

В этом случае для проверки гипотез $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \gamma \end{cases}$представлена случайная выборка из $n_1$-наблюдений из первой совокупности и $n_2$-наблюдений из второй совокупности. После чего рассчитывается относительное (процентное) численное значение статистики (Z-критерий)

$$Z_0 = \frac{\overline{y_1} - \overline{y_2} - \gamma}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}},$$

Причём дисперсия $\sigma_i^2$ равна $\sigma_i^2 = \frac{1}{n_i}\sum_{i=1}^{n}(\bar{y} - y_i)^2$. Гипотеза $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \gamma \end{cases}$ будет отклонена, если выполнено условие $|Z_0| > Z_{\alpha/2}$ (критерий отклонения). При первой односторонней альтернативе $\mathrm{H}_1: \mu_1 - \mu_2 > \gamma$ *нулевая гипотеза отклоняется, если будет выполнено условие* ($Z_0 > Z_\alpha$). При другой односторонней альтернативе $H_1: \mu_1 - \mu_2 < \gamma$ *нулевая гипотеза $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma$ отклоняется, если будет выполнимо условие* ($Z_0 < -Z_\alpha$).

Если две совокупности, которые распределены нормально (т.е. подчиняются закону нормального распределения) с неизвестными средними $\mu_1$ и $\mu_2$ и с неизвестными дисперсиями $\sigma_1^2$ и $\sigma_2^2$ необходимо учитывать два случая. И процедура проверки гипотез $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \gamma \end{cases}$ для таких совокупностей будет зависеть от выполнения условия, или$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ или $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

*Случай 1, когда выполнимо условие* $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$. Для проверки нулевой гипотезы $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma$необходимо рассмотреть две случайные выборки объёмом $n_1$ и $n_2$ соответственно из первой и второй. Расчёт дисперсии производится по выражению $S_p^2 = \frac{(n_1-1)*S_1^2+(n_2-1)*S_2^2}{n_1+n_2-2}$, а числовое значение статистики по критерию $t_{0(S_p)} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2 - \gamma}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$ при числе степеней свободы *t-распределения* $\nu_{(S_p)=n_1+n_2-2}$, где $S_1^2$ и $S_2^2$ – критерии оценки выборочной дисперсии. Нулевая гипотеза, которая в формализованном виде выглядит так $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma$ из совокупности $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = \gamma \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \gamma \end{cases}$ отклоняется, если будет выполнимо условие $|t_0| > t_{\alpha/2;\nu}$ .

*Случай 2, если нет оснований предполагать, что дисперсии не равны, т. е. $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$,* то статистика для проверки гипотезы имеет вид (см. табл. 17):

$$t_{0(S)} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2 - \gamma}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

при числе степеней свободы *t*-распределения определяемое по формуле

$$\nu_{(S)} = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(S_1^2/n_1\right)^2}{n_1+1} + \frac{\left(S_2^2/n_2\right)^2}{n_1+1}} - 2\,.$$

Такая процедура проверки и носит название объединённым ***t*-*критерием***, так как обе выборки объединяются для получения оценки общей дисперсии.

***Пример для случая 1.*** Проверка «гипотез» относительно средних при известной дисперсии. Необходимо произвести оценкугипотез при известных дисперсиях совокупности, распределённой нормально при заданной вероятности $\boldsymbol{\alpha}$**.**

Если рассмотреть две случайные выборки объёма $n_1$ и $n_2$ из первой и второй совокупностей, то статистика для проверки гипотезы двух дисперсий совокупности, распределённых нормально, которые равны некоторым величинам, например, $\sigma_1^2$ и $\sigma_2^2$. В формализованном виде эта задача выглядит так

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2; \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}.$$

Две экспертные организации «А» и «В» произвели оценку на предмет «отклонения отчётных данных от реальной действительности». Усреднённое количество отличительных признаков при анализе документов неизвестно: не нормируются $\boldsymbol{\mu_1}$=н/н ???? и $\boldsymbol{\mu_2}$=н/н????. Но известна разница между средними значениями $\mu_1$-$\mu_2$=$\gamma$, где $\gamma$=...известная величина расхождения. А именно, если разница между заключениями экспертов есть, то оценка «произведена верно», если нет, то требуется повторная «независимая экспертиза». Известные показатели: количество наблюдений произведённых «экспертами А» и «В»; известна заданная вероятность $\alpha$=....., с которой необходимо произвести оценку (табл. 16).

Таблица 16

Исходные данные результатов оценки

| Величина показателя | | | | | | | | | Кол-во выборки *n* | Заданные критериев | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***Yi-1*** | 275 | 270 | 280 | 275 | 285 | 265 | 275 | 275 | 8 | $\gamma$ | $\alpha$ |
| ***Yi-2*** | 250 | 260 | 255 | 265 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | ***7*** | ***0,08*** |

***Решение.***

При определении средних величин выборок, получены следующие результаты:

$$\bar{y}_{1(n_1)} = \frac{1}{n_1}\sum_{i}^{n} y_i = \frac{1}{8}(275 + 270 + 280 + 275 + 285 + 265 + 275 + 275) = 275{,}00$$

$$\bar{y}_{2(n_2)} = \frac{1}{n_2}\sum_{i}^{n} y_i = \frac{1}{4}(250 + 260 + 255 + 265) = 257{,}50$$

Дисперсия $\sigma_1^2$ при $n_1 = 8$ наблюдений равна:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}\left(\bar{y}_{n_1} - y_{i(n_1)}\right)^2 = \frac{1}{8}[(275 - 275)^2 + (275 - 270)^2 + (275 - 280)^2 + (275 - 275)^2 + (275 - 285)^2 + (275 - 265)^2 + (275 - 275)^2 + (275 - 275)^2] = 31{,}250.$$

Дисперсия $\sigma_2^2$ при $n_2 = 4$ наблюдений равна:

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_2}\left(\bar{y}_{n_2} - y_{i(n_2)}\right)^2 = \frac{1}{4}[(257{,}5 - 250)^2 + (257{,}5 - 260)^2 + (257{,}5 - 255)^2 + (257{,}5 - 265)^2] = 31{,}250$$

*Проверка гипотезы по статистике $Z_o$*. Значение статистики $Z_{0(\gamma)}$ равно:

$$Z_0 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2 - \gamma}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{275 - 257{,}5 - 7}{\sqrt{\frac{31{,}250}{8} + \frac{31{,}250}{4}}} = 3{,}067.$$

Числовое значение Z-статистики можно представить как $Z_o = Z_{o(\text{ЦЧ})} + Z_{o(\text{дробь})} = 3{,}00 + 0{,}067$. Табличное значение по кумулятивной функции (табл. 17) равно $Z_{\alpha/2} = 0{,}49946$. Тогда по условию критерия отклонения $|Z_0| > Z_{\alpha/2}$ гипотеза $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 7 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 \neq 7 \end{Bmatrix}$ *«отклоняется», т. к. выполнено условие критерия отклонения* $|Z_o| = |3{,}057|$ *не превышает табличное значение* $Z_{\alpha/2} = 0{,}49946$. *Так как нулевая гипотеза*$H_o: \mu_1 - \mu_2 = 7$ *«отклоняется», то целесообразна проверка двусторонних гипотез.* В начале, производитсяпроверка гипотезы $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 7 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 < 7 \end{Bmatrix}$ по критерию отклонения $Z_0 < -Z_\alpha$.

*Альтернативная гипотеза* $H_o: \mu_1 - \mu_2 < 7$ *«отклоняется»,* так как представленный критерий отклонения из совокупности гипотезы $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 7 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 < 7 \end{Bmatrix}$ не соответствует условию $Z_0 < -Z_\alpha$, а именно табличное значение (см. табл. 17) (-$Z_\alpha = -0{,}99891$) не превышает значение статистики ($Z_o = 3{,}057$).

*И, наконец, альтернативная гипотеза* $H_o: \mu_1 - \mu_2 > 7$ *«принимается»,* так каккритерий отклонения гипотезы $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 7 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 > 7 \end{Bmatrix}$ соответствует условию $Z_0 > Z_\alpha$. Значение статистики $Z_o = 3{,}057 > Z_\alpha = 0{,}99891$, (табл. 15) поэтому отклоняется «нулевая гипотеза», а альтернативная $H_o: \mu_1 - \mu_2 > 7$ принимается. И вывод *заключается в том, что разница значений между оценками экспертов больше «7».*

*Проверка гипотезы по статистике $t_o$.* Числовое значение статистики $t_{0(\gamma)}$ равно:

$$t_{o(S_p)} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_1 - \gamma}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{275 - 257{,}5 - 7}{37{,}50\sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{4}}} = 2{,}80,$$

где $S_p$ – точечная дисперсия $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\cdot S_1^2 + (n_2 - 1)\cdot S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ при равенстве дисперсий $\sigma_1^2 = 31{,}250 = \sigma_2^2 = 31{,}250$; $S_1^2$ – точечная дисперсия показателей $n_1=8$;$S_2^2$ – точечная дисперсия показателей $n_2=4$;

$$\mathrm{S}_1^2 = \frac{1}{\mathrm{n}_1 - 1}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}_1}\left(\bar{\mathrm{y}}_{\mathrm{n}_1} - \mathrm{y}_{\mathrm{i}(\mathrm{n}_1)}\right)^2 = \frac{1}{8-1}[(275 - 275)^2 + (275 - 270)^2 + (275 - 280)^2 + (275 - 275)^2 + (275 - 285)^2 + (275 - 265)^2 + (275 - 275)^2 + (275 - 275)^2] = 35{,}714.$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n_2-1}\sum_{i=1}^{n_2}\left(\bar{y}_{n_2} - y_{i(n_2)}\right)^2 = \frac{1}{4-1}[(257{,}5-250)^2 + (257{,}5-260)^2 + (257{,}5-255)^2 + +(257{,}5-265)^2] = 41{,}667.$$

Тогда по условию критерия отклонения $|t_0| > t_{\alpha/2;\nu}$ гипотеза $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 7 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 \neq 7 \end{Bmatrix}$ «отклоняется», т. к. выполнено условие критерия отклонения. Потому что критерий $|t_o| = |2{,}80|$ не превышает табличного значения $t_{\alpha/2;\nu} = 1{,}01025$ при заданной вероятности α=0,08, где $\nu_{Sp}$ – степень свободы при равенстве дисперсий $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, рассчитываемое по формуле $\nu_{Sp} = n_1 + n_2 - 2$ $(\nu_{Sp} = 8 + 4 - 2 = 10)$. Так как нулевая гипотеза $H_o: \mu_1 - \mu_2 = 7$ «отклоняется», то целесообразна процедура проверки двусторонних гипотез.

В начале, производится проверка гипотезы $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 7 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 < 7 \end{Bmatrix}$, по критерию отклонения $t_0 < -t_{\alpha;\nu}$. Альтернативная гипотеза $H_o: \mu_1 - \mu_2 < 7$ «отклоняется», так как представленный критерий отклонения гипотезы $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 7 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 < 7 \end{Bmatrix}$ не соответствует условию $t_0 < -t_{\alpha;\nu}$, а именно табличное значение (см. табл.17) $-t_{\alpha;\nu} = -2{,}02050$ не превышает значение статистики $(t_{o(S_p)} = 2{,}80)$. И, наконец, альтернативная гипотеза $H_o: \mu_1 - \mu_2 > 7$ «принимается», так как критерий отклонения гипотезы $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 7 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 > 7 \end{Bmatrix}$ соответствует условию $t_0 > t_{\alpha;\nu}$. Значение статистики $t_{o(S_p)} = 2{,}80 > t_{\alpha;\nu} = 2{,}02050$ (табл. 17, 18), поэтому отклоняется «нулевая гипотеза», а альтернативная – принимается. Вывод заключается в том, что разница значений между оценками экспертов больше «7» по альтернативной гипотезе $H_o: \mu_1 - \mu_2 > 7$.

Таблица 17

Значения t-критерия Стьюдента (односторонняя постановка задачи)

| ν*\α | ***0,45*** | ***0,40*** | ***0,35*** | ***0,30*** | ***0,25*** | ***0,125*** | ***0,05*** | ***0,025*** | ***0,0125*** | ***0,0051*** | ***0,0025*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 0,158 | 0,325 | 0,510 | 0,727 | 1,000 | 2,414 | 6,314 | 12,710 | 25,45 | 63 66 | 127,3 |
| **2** | 0,142 | 0,289 | 0,445 | 0,617 | 0,817 | 1,604 | 2,920 | 4,303 | 6,205 | 9,925 | 14,09 |
| **3** | 0,137 | 0,277 | 0,424 | 0,584 | 0,765 | 1,423 | 2,353 | 3,183 | 4,1775 | 5,841 | 7,453 |
| **4** | 0,134 | 0,271 | 0,414 | 0,569 | 0,741 | 1,344 | 2,132 | 2,776 | 3,495 | 4,604 | 5,598 |
| **5** | 0,132 | 0,267 | 0,408 | 0,559 | 0,727 | 1,301 | 2,015 | 2,571 | 3,163 | 4,032 | 4,773 |
| **6** | 0,131 | 0,265 | 0,404 | 0,553 | 0,718 | 1,273 | 1,943 | 2,447 | 2,969 | 3,707 | 4,317 |
| **7** | 0,130 | 0,263 | 0,402 | 0,549 | 0,711 | 1,254 | 1,895 | 2,365 | 2,841 | 3,500 | 4,029 |
| **8** | 0,130 | 0,262 | 0,399 | 0,546 | 0,706 | 1,240 | 1,860 | 2,306 | 2,752 | 3,355 | 3,833 |
| **9** | 0,129 | 0,261 | 0,398 | 0,543 | 0,703 | 1,230 | *1,833* | 2,262 | 2,685 | 3,250 | 3,690 |
| **10** | 0,129 | 0,260 | 0,397 | 0,542 | 0,700 | 1,221 | *1,813* | 2,228 | 2,634 | 3,169 | 3,581 |
| ν*\α | ***0,45*** | ***0,40*** | ***0,35*** | ***0,30*** | ***0,25*** | ***0,125*** | ***0,05*** | ***0,025*** | ***0,0125*** | ***0,0051*** | ***0,0025*** |
| **11** | 0,129 | 0,260 | 0,396 | 0,540 | 0,697 | 1,215 | 1,796 | 2,201 | 2,593 | 3,106 | 3,500 |
| **12** | 0,128 | 0,259 | 0,395 | 0,539 | 0,695 | 1,209 | 1,782 | 2,179 | 2,560 | 3,055 | 3,428 |
| **13** | 0,128 | 0,259 | 0,394 | 0,538 | 0,694 | 1,204 | 1,771 | 2,160 | 2,533 | 3,012 | 3,373 |
| **14** | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,537 | 0,692 | 1,200 | 1,761 | 2,145 | 2,510 | 2,977 | 3,326 |
| **15** | 0,128 | 0,258 | 0,392 | 0,536 | 0,691 | 1,197 | 1,753 | *2,132* | 2,490 | 2,947 | 3,286 |
| **20** | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,687 | 1,185 | 1,725 | *2,086* | 2,423 | 2,845 | 3,153 |
| **25** | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 1,178 | 1,708 | 2,060 | 2,385 | 2,787 | 3,078 |
| **30** | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 1,173 | 1,697 | 2,042 | 2,360 | 2,750 | 3,030 |
| **40** | 0,126 | 0,255 | 0,388 | 0,529 | 0,681 | 1,167 | 1,684 | 2,021 | 2,329 | 2,705 | 2,971 |
| **60** | 0,126 | 0,254 | 0,387 | 0,527 | 0,679 | 1,162 | 1,671 | 2,000 | 2,3299 | 2,660 | 2,915 |
| **…** | **…** | **…** | **…** | **…** | **…** | **…** | **…** | **…** | **…** | **…** | **…** |
| **120** | 0,126 | 0,254 | 0,386 | 0,526 | 0,677 | 1,156 | 1,658 | 1,980 | 2,270 | 2,617 | 2,860 |
| ∞ | 0,126 | 0,253 | 0,385 | 0,524 | 0,674 | 1,150 | 1,645 | 1,960 | 2,241 | 2,576 | 2,807 |

ν* – степени свободы

При условии, когда нет основания предполагать, что дисперсии отклонения $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ равны. Например, из совокупности данных экспертизы (табл. 18), то проверка гипотез будет следующая.

Таблица 18

Исходные данные результатов оценки

| Величина показателя | | | | | | | | | | | | К-во выборки n | Заданные критерии | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Yi-1 | 285 | 275 | 284 | 275 | 295 | 265 | 235 | 215 | 269 | 255 | 271 | 11 | γ | α |
| Yi-2 | 220 | 235 | 265 | 245 | 190 | 195 | 284 | 255 | 293 | | | 9 | 65 | 0,025 |

Решение.

Средние величины по представленным выборкам равны:

$$\bar{y}_{1(n_1)} = \frac{1}{n_1}\sum_{i}^{n} y_i = \frac{1}{11}(285 + 275 + 284 + 275 + 295 + 265 + 235 + 215 + 269 + 255 + 271) = 265{,}818$$

$$\bar{y}_{2(n_2)} = \frac{1}{n_2}\sum_{i}^{n} y_i = \frac{1}{9}(220 + 235 + 265 + 245 + 190 + 195 + 284 + 255 + 293) = 242{,}444.$$

Величина дисперсии $\sigma_1^2$ при $n_1 = 11$ наблюдений равна:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}\left(\bar{y}_{n_1} - y_{i(n_1)}\right)^2 = \frac{1}{11}[(265{,}818 - 285)^2 + (265{,}818 - 275)^2 + (265{,}818 - 284)^2 + (265{,}818 - 275)^2 + (265{,}818 - 295)^2 + (265{,}818 - 265)^2 + (265{,}818 - 232)^2 + (265{,}818 - 215)^2 + (265{,}818 - 269)^2 + (265{,}818 - 255)^2 + (265{,}818 - 271)^2] = 491{,}421$$

А дисперсия $\sigma_2^2$ при $n_1 = 9$ наблюдений равна:

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}\left(\bar{y}_{n_2} - y_{i(n_2)}\right)^2 = \frac{1}{9}[(242{,}444 - 220)^2 + (242{,}444 - 235)^2 + (242{,}444 - 265)^2 + (242{,}444 - 245)^2 + (242{,}444 - 190)^2 + (242{,}444 - 195)^2 + (242{,}444 - 284)^2 + (242{,}444 - 255)^2 + (242{,}444 - 293)^2] = 1168{,}47$$

**Проверка гипотезы по $t_o$-критерию**

*Расчётное* значение $t_{0(\gamma)}$ - критерия равно:

$$t_{o(S_p)} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_1 - \gamma}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{265{,}818 - 242{,}444 - 65}{29{,}741\sqrt{\frac{1}{11} + \frac{1}{9}}} = -2{,}979,$$

где $S_p$ – точечная дисперсия $S_p^2 = \frac{(n_1-1)\cdot S_1^2+(n_2-1)\cdot S_2^2}{n_1+n_2-2}$ при не равных дисперсиях: $\sigma_1^2 = 491{,}42 \neq \sigma_2^2 = 1168{,}47$; $S_1^2$ – точечная дисперсия показателей с выборкой $n_1$=11; $S_2^2$ – точечная дисперсия показателей с выборкой $n_2$=9.

При расчёте точечных дисперсий $S_1^2$ и $S_2^2$ получились следующие результаты

$$S_1^2 = \frac{1}{n_1-1}\sum_{i=1}^{n_1}\left(\bar{y}_{n_1} - y_{i(n_1)}\right)^2 = \frac{1}{11-1}[(265{,}818-285)^2 + (265{,}818-275)^2 + (265{,}818-275)^2 + (265{,}818-295)^2(265{,}818-265)^2 + (265{,}818-232)^2 + (265{,}818-215)^2 + (265{,}818-269)^2 + (265{,}818-255)^2 + (265{,}818-271)^2] = 540{,}564$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n_2-1}\sum_{i=1}^{n_2}\left(\bar{y}_{n_2} - y_{i(n_2)}\right)^2 = \frac{1}{4-1}[(242{,}444-220)^2 + (242{,}444-235)^2 + (242{,}444-265)^2 + (242{,}444-245)^2 + (242{,}444-190)^2 + (242{,}444-195)^2 + (242{,}444-284)^2 + (242{,}444-255)^2 + (242{,}444-293)^2] = 1314{,}528$$

Тогда по условию критерия отклонения $|t_0| > t_{\alpha/2;\nu}$ гипотеза $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 65 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 \neq 65 \end{Bmatrix}$ «отклоняется», т. к. выполнено условие критерия отклонения $|t_o| = |-2{,}979|$ превышает табличное значение (табл.18) $t_{\alpha/2;\nu} = 1{,}06925$ при заданной вероятности α=0,025, где $\nu_{Sp}$ – степень свободы при не равенстве дисперсий $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ , определяемое по формуле

$$\nu_{(S)} = \left(\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1+1}\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2+\frac{1}{n_1+1}\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2} - 2\right).$$

$$\nu_{(S)} = \left(\frac{\left(\frac{540{,}564}{11}+\frac{1314{,}528}{9}\right)^2}{\frac{1}{11+1}\left(\frac{540{,}564}{11}\right)^2+\frac{1}{9+1}\left(\frac{1314{,}528}{9}\right)^2} - 2\right) = 14{,}32\ .$$

Так как нулевая гипотеза $H_o: \mu_1 - \mu_2 = 65$ «отклоняется», то целесообразна проверка двусторонних гипотез.

В начале проверяется гипотеза $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 65 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 < 65 \end{Bmatrix}$ по критерию отклонения $t_0 < -t_{\alpha;\nu}$. Альтернативная гипотеза $H_o: \mu_1 - \mu_2 < 65$ «принимается», так как представленный критерий отклонения гипотезы

$\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 65 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 < 65 \end{Bmatrix}$ соответствует условию $t_0 < -t_{\alpha;\nu}$, а именно табличное значение (см. табл.10) $-t_{\alpha;\nu} = -2{,}13850$ превышает значение статистики ($t_{o(S_p)} = -2{,}979$). И, наконец, альтернативная гипотеза $H_o: \mu_1 - \mu_2 > 65$ «отклоняется», так как критерий отклонения гипотезы $\begin{Bmatrix} H_o: \mu_1 - \mu_2 = 65 \\ H_o: \mu_1 - \mu_2 > 65 \end{Bmatrix}$ не соответствует условию $t_0 > t_{\alpha;\nu}$. Значение статистики $t_{o(S_p)} = -2{,}979$ (табл.18), не превышает табличного значения $t_{\alpha;\nu} = 2{,}1385$ и, поэтому,«нулевая гипотеза» не отклоняется, а альтернативная – принимается. И общий вывод заключается в том, что, что разница значений между оценочными величинами экспертов составит меньше **«65»** ($\mu_1 - \mu_2 < 65$).

## ПРИМЕР КОНТРОЛЬНОЙ СЕМЕСТРОВОЙ РАБОТЫ

Произвести комплексную оценку деятельности предприятия поэкономической и энергетической безопасности.

Основные вопросы и этапы выполнения.

1. Формирование и анализ исходных данных. Оценка погрешностей. ГОСТ и методы Смирнова-Граббса
2. Оценка частоты (метод Стенджерса).
3. Оценка гипотез по результатам с применением полученных математических моделей.

Таблица 1.1

Формирование исходных данных по оценке Y-6-17-КЭнЁмк – коэффициент удельной энергоёмкости продукции предприятия. Оценка однородности

| Y-6-17. КЭнЁмк –коэф. удельной энергоёмкости продукции предприятия | | |
|---|---|---|
| Номер наблюдений | Y-6-17-КЭнЁмк | min-max |
| 1 | 0,909 | 0,455 |
| 2 | 2,727 | 0,455 |
| 3 | 0,455 | 0,455 |
| 4 | 1,363 | 0,455 |
| 5 | 0,909 | 0,541 |
| 6 | 2,727 | 0,599 |
| 7 | 0,455 | 0,909 |
| 8 | 1,363 | 0,909 |
| 9 | 0,909 | 0,909 |
| 10 | 2,727 | 0,909 |
| 11 | 0,455 | 1,023 |
| 12 | 1,363 | 1,023 |
| 13 | 0,909 | 1,023 |
| 14 | 2,727 | 1,023 |
| 15 | 0,455 | 1,023 |

Окончание табл. 1.1

<table>
<tr><td colspan="2">Номер наблюдений</td><td>Y-6-17-КЭнЁмк</td><td>min-max</td></tr>
<tr><td colspan="2">16</td><td>1,363</td><td>1,363</td></tr>
<tr><td colspan="2">17</td><td>0,599</td><td>1,363</td></tr>
<tr><td colspan="2">18</td><td>3,490</td><td>1,363</td></tr>
<tr><td colspan="2">19</td><td>1,505</td><td>1,363</td></tr>
<tr><td colspan="2">20</td><td>0,541</td><td>1,505</td></tr>
<tr><td colspan="2">21</td><td>1,023</td><td>2,727</td></tr>
<tr><td colspan="2">22</td><td>1,023</td><td>2,727</td></tr>
<tr><td colspan="2">23</td><td>1,023</td><td>2,727</td></tr>
<tr><td colspan="2">24</td><td>1,023</td><td>2,727</td></tr>
<tr><td colspan="2">25</td><td>1,023</td><td>3,490</td></tr>
<tr><td colspan="2">Оценка по Т-критерию</td><td colspan="2">Оценка по G-критерию</td></tr>
<tr><td colspan="2">по min - Т1</td><td colspan="2">по min G1(min)</td></tr>
<tr><td>Т1-расч</td><td>Т1-табл</td><td>G1-расч</td><td>G1-табл</td></tr>
<tr><td>1,005</td><td>2,881</td><td>0,992</td><td>0,692</td></tr>
<tr><td colspan="2">«нет ошибки»</td><td colspan="2">«нет ошибки»</td></tr>
<tr><td colspan="2">$$T_1 = \frac{\bar{x} - x_{1(min)}}{\sqrt{S^2}}$$</td><td colspan="2">$$G_1 = \frac{\sum_{i=2}^{n}(x_i - \hat{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">по max - Тn</td><td colspan="2">по max - Gn(max)</td></tr>
<tr><td>Тn-расч</td><td>Тn-табл</td><td>Gn-расч</td><td>Gn-табл</td></tr>
<tr><td>2,509</td><td>2,881</td><td>0,793</td><td>0,692</td></tr>
<tr><td colspan="2">«нет ошибки»</td><td colspan="2">«нет ошибки»</td></tr>
<tr><td colspan="2">$$T_n = \frac{x_{n(max)} - \bar{x}}{\sqrt{S^2}}$$</td><td colspan="2">$$G_n = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Критерии оценки однородности данных</td></tr>
<tr><td colspan="4">Y-6-17-КЭнЁмк</td></tr>
<tr><td colspan="2">$T_i \le C_{\alpha(\text{табл})}$</td><td>$G_{1(min)} \le C'_{\alpha,n}$</td><td>$G_{n(max)} \le C'_{\alpha,n}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Не содержит «грубых ошибок»</td><td colspan="2">Содержит «грубые ошибоки»</td></tr>
</table>

Результаты расчёта подтверждают о наличии однородности данных по Т и G-критериям. Следовательно, представленные наблюдения по оценке Y-6-17-КЭнЁмк – коэффициент удельной энергоёмкости продукции предприятия возмжноиспльзовать для дальнейшего анализа.

Таблица 1.2

Расчёт частот по Y-6-17-КЭнЁмк – коэффициенту удельной энергоёмкости продукции предприятия

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Y-6-17-КЭнЁмк | Расчёт частот – как часто встречаются данные | | | |
| Y-6-17. КЭнЁмк –коэф. удельной энергоёмкости продукции предприятия | | | Ср.ЗнY | Приложения |
| Номер интервала | Y-6-17-КЭнЁмк | | | |
| | по интервалу: (min+dz)+dz | | Всего значений μ | Ступень |
| | Граница интервала | | По интервалам | по интервалу |
| 1 | 0,455 | 0,836 | 6,0 | |
| 2 | 0,836 | 1,217 | 9,0 | |
| 3 | 1,217 | 1,598 | 5,0 | |
| 4 | 1,598 | 1,979 | 0,0 | |
| 5 | 1,979 | 2,360 | 0,0 | |
| 6 | 2,360 | 2,741 | 4,0 | |
| 7 | 2,741 | 3,122 | 0,0 | |
| 8 | 3,122 | 3,503 | 1,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,000 | 0,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,000 | 0,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,000 | 0,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,000 | 0,0 | |
| 8,0 | Всего значений | | 25,0 | 0,3810 |
| Кол-во интервалов | | | Расчёт интервалов | Ступень |
| DZ-Размах варьирования | | Ср.ЗнY | K=1+lg(N)/lg(2) | по интервалу |
| min | Интервал (DZ) | max | K | $dz=DZ/K_{окрг}$ |
| | DZ=(max-min) | | 7,965784 | 0,3810 |
| | 3,04 | | | |
| 0,45 | 1,97 | 3,49 | | |

Таблица 2.1

Формирование исходных данных по оценке Y-5-17-Rm – коэффициент технического состояния энергоустановок. Оценка однородности

| НВ-Y-5-17. Rm – коэф. технического состояния Энерг.Уст. | | | |
|---|---|---|---|
| Номер наблюдений | Y-5-17- Rm | min-max | |
| 1 | 0,300475 | 0,026634 | |
| 2 | 0,901000 | 0,065912 | |
| 3 | 0,066412 | 0,066412 | |
| 4 | 0,199863 | 0,066662 | |
| 5 | 0,295475 | 0,069662 | |
| 6 | 0,901000 | 0,163817 | |
| 7 | 0,066662 | 0,197363 | |
| 8 | 0,202363 | 0,199113 | |
| 9 | 0,302975 | 0,199863 | |
| 10 | 0,898500 | 0,202363 | |
| 11 | 0,069662 | 0,273050 | |
| 12 | 0,197363 | 0,275300 | |
| 13 | 0,302225 | 0,276300 | |
| 14 | 0,898500 | 0,276300 | |
| 15 | 0,065912 | 0,278800 | |
| 16 | 0,199113 | 0,295475 | |
| 17 | 0,163817 | 0,300475 | |
| 18 | 0,944559 | 0,302225 | |
| 19 | 0,525715 | 0,302975 | |
| 20 | 0,026634 | 0,525715 | |
| 21 | 0,273050 | 0,898500 | |
| 22 | 0,275300 | 0,898500 | |
| 23 | 0,276300 | 0,901000 | |
| 24 | 0,276300 | 0,901000 | |
| 25 | 0,278800 | 0,944559 | |
| Оценка по Т-критерию | | Оценка по G-критерию | |
| по min - T1 | | по min G1(min) | |
| T1-расч | T1-табл | G1-расч | G1-табл |
| 1,09408 | 2,34300 | 0,98572 | 0,45110 |
| «нет ошибки» | | «нет ошибки» | |
| $T_1 = \frac{\bar{x} - x_{1(min)}}{\sqrt{S^2}}$ | | $G_1 = \frac{\sum_{i=2}^{n}(x_i - \hat{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ | |
| по max - Tn | | по maxGn(max) | |
| Tn-расч | Tn-табл | Gn-расч | Gn-табл |
| 1,9521 | 2,343 | 0,791813 | 0,4511 |
| «нет ошибки» | | «нет ошибки» | |
| $T_n = \frac{x_{n(max)} - \bar{x}}{\sqrt{S^2}}$ | | $G_n = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ | |
| Критерии оценки однородности данных | | | |
| Y-5-17- Rm | | | |
| $T_i \le C_{\alpha(\text{табл})}$ | $G_{1(min)} \le C'_{\alpha,n}$ | $G_{n(max)} \le C'_{\alpha,n}$ | |
| *Не содержит «грубых ошибок»* | *Содержит «грубые ошибки»* | | |

Результаты расчёта подтверждают о наличии однородности данных по T и G-критериям. Следовательно, представленные наблюдения по оценке Y-5-17. Rm – коэффициент технического состояния энергоустановок возмжноиспльзовать для дальнейшего анализа.

Таблица 2.2

Расчёт частот по Y-5-17. Rm – коэффициенту технического состояния энергоустановок

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Y-5-17- Rm | Расчёт частот – как часто встречаются значения данных | | | |
| НВ-Y-5-17. Rm – коэф. технического состояния энергоустановок | | Ctrl+Shift+Enter | Приложения | |
| Y-5-17- Rm | | Ср.ЗнY | | |
| Номер | по интервалу: (min+dz)+dz | Всего значений $\mu$ | Ступень | |
| интервала | Граница интервала | | по интервалу | |
| 1 | 0,02663 | 0,14187 | 5,0 | |
| 2 | 0,142 | 0,25710 | 5,0 | |
| 3 | 0,257 | 0,37233 | 9,0 | |
| 4 | 0,372 | 0,48757 | 0,0 | |
| 5 | 0,488 | 0,60280 | 1,0 | |
| 6 | 0,603 | 0,71804 | 0,0 | |
| 7 | 0,718 | 0,83327 | 0,0 | |
| 8 | 0,833 | 0,94850 | 5,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,00000 | 0,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,00000 | 0,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,00000 | 0,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,00000 | 0,0 | 0,1152 |
| 8,0 | Всего значений,% | 25,0 | | |
| Кол-во интервалов | | | Расчёт интервалов | Ступень |
| DZ-Размах варьирования | | Ср.ЗнY | K=1+lg(N)/lg(2) | по интервалу |
| min | Интервал (DZ) | max | K | dz=DZ/$K_{окрг}$ |
| | DZ=(max-min) | | 7,965784 | 0,1152 |
| | 0,92 | | | |
| 0,03 | 0,49 | 0,94 | | |


Рис. 1. Гистограмма частоты. Графическая интерпретация оценки показателей Y-6-17-КЭнЁмк и Y-5-17. Rm

Таблица 3.1

Формирование исходных данных по оценке Y-5-18-Pτ – коэффициент совершенства технических средст (оценка отказа энергоустановок). Проверка данных на однордность результатов наблюдений

| Y-5-18. Pτ – коэф. совершенства технических средстэнерго-установок (оценка отказа) | | |
|---|---|---|
| Номер наблюдений | *Y-5-18-Pτ* | min-max |
| 1 | 0,93880 | 0,83691 |
| 2 | 0,97917 | 0,84228 |
| 3 | 0,93880 | 0,84228 |
| 4 | 0,97917 | 0,84228 |
| 5 | 0,93880 | 0,84228 |
| 6 | 0,97917 | 0,90028 |
| 7 | 0,93880 | 0,93880 |
| 8 | 0,97917 | 0,93880 |
| 9 | 0,84228 | 0,93880 |
| 10 | 0,94441 | 0,93880 |
| 11 | 0,84228 | 0,94032 |
| 12 | 0,94441 | 0,94032 |
| 13 | 0,84228 | 0,94032 |
| 14 | 0,94441 | 0,94032 |
| 15 | 0,84228 | 0,94032 |
| 16 | 0,94441 | 0,94441 |
| 17 | 0,90028 | 0,94441 |
| 18 | 0,98213 | 0,94441 |
| 19 | 0,94032 | 0,94441 |

Окончание табл. 3.1

| Y-5-18. Pτ – коэф. совершенства технических средстэнерго-установок (оценка отказа) | | | |
|---|---|---|---|
| Номер наблюдений | *Y-5-18-Pτ* | min-max | |
| 20 | 0,94032 | 0,96345 | |
| 21 | 0,94032 | 0,97917 | |
| 22 | 0,94032 | 0,97917 | |
| 23 | 0,96345 | 0,97917 | |
| 24 | 0,83691 | 0,97917 | |
| 25 | 0,94032 | 0,98213 | |
| Оценка по Т-критерию | | Оценка по G-критерию | |
| по min - $T_1$ | | по min $G_1$(min) | |
| $T_1$-расч | $T_1$-табл | $G_1$-расч | $G_1$-табл |
| 1,89804 | 2,881 | 0,925782 | 0,6923 |
| «нет ошибки» | | «нет ошибки» | |
| $T_1 = \frac{\bar{x} - x_{1(min)}}{\sqrt{S^2}}$ | | $G_1 = \frac{\sum_{i=2}^{n}(x_i - \hat{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ | |
| по max - Tn | | по maxGn(max) | |
| Tn-расч | Tn-табл | Gn-расч | Gn-табл |
| 1,124012386 | 2,881 | 0,913769092 | 0,6923 |
| «нет ошибки» | | «нет ошибки» | |
| $T_n = \frac{x_{n(max)} - \bar{x}}{\sqrt{S^2}}$ | | $G_n = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ | |
| Критерии оценки однородности данных | | | |
| $T_i \leq C_{\alpha(\text{табл})}$ | | $G_{1(min)} \leq C'_{\alpha,n}$ | $G_{n(max)} \leq C'_{\alpha,n}$ |
| *Не содержит «грубых ошибок»* | | *Содержит «грубые ошибоки»* | |

Таблица 3.2

Расчёт частот по Y-5-18-Рτ – коэффициенту совершенства технических средст (оценка отказа энергоустановок)

<table>
<tr><td>Y-5-18- Рτ</td><td colspan="5">Расчёт частот - как часто встречаются данные</td></tr>
<tr><td colspan="3">Y-5-18. Рτ – коэф. совершенства техниче-ских средстэнерго-установок (оценка отка-за)</td><td colspan="2">Ctrl+Shift+Enter</td><td rowspan="2">Приложения</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Номер</td><td colspan="2">Y-5-18- Рτ</td><td colspan="2">0,93</td></tr>
<tr><td colspan="2">по интервалу: (min+dz)+dz</td><td colspan="2">Всего значений $\mu$</td><td>Ступень</td></tr>
<tr><td>интервала</td><td colspan="2">Граница интервала</td><td colspan="2">из интервала</td><td>по интервалу</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0,837</td><td>0,855</td><td colspan="2">5,0</td><td rowspan="12">0,0182</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0,855</td><td>0,873</td><td colspan="2">0,0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0,873</td><td>0,892</td><td colspan="2">0,0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0,892</td><td>0,910</td><td colspan="2">1,0</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0,910</td><td>0,928</td><td colspan="2">0,0</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0,928</td><td>0,946</td><td colspan="2">13,0</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0,946</td><td>0,965</td><td colspan="2">1,0</td></tr>
<tr><td>5</td><td>0,965</td><td>0,983</td><td colspan="2">5,0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0,000</td><td>0,000</td><td colspan="2">0,0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0,000</td><td>0,000</td><td colspan="2">0,0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0,000</td><td>0,000</td><td colspan="2">0,0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0,000</td><td>0,000</td><td colspan="2">0,0</td></tr>
<tr><td>5,0</td><td colspan="2">Всего значений,%</td><td colspan="2">25,0</td><td></td></tr>
<tr><td>Кол-во интервалов</td><td colspan="2"></td><td></td><td>Расчёт интервалов</td><td>Ступень</td></tr>
<tr><td colspan="3">DZ-Размах варьирования</td><td>0,93</td><td>K=1+lg(N)/lg(2)</td><td>по интервалу</td></tr>
<tr><td rowspan="3">min</td><td colspan="2">Интервал</td><td rowspan="3">max</td><td>К</td><td>dz=DZ/$К_{окрг}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">DZ=(max-min) (DZ)</td><td rowspan="2">7,965784</td><td rowspan="2">0,0182</td></tr>
<tr><td colspan="2">0,15</td></tr>
<tr><td>0,8369</td><td colspan="2">0,910</td><td>0,982</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Таблица 4.1

Формирование исходных данных по оценке
Y-4-11-КТЛ – коэффициенту текущей ликвидности.
Проверка данных на однордность результатов наблюдений

<table>
<tr><td colspan="4">Y-4-11. КТЛ –коэф. текущей ликвидности</td></tr>
<tr><td>Номер наблюдений</td><td>Y-4-11- КТЛ</td><td colspan="2">min-max</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0,15614</td><td colspan="2">0,02452</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0,03846</td><td colspan="2">0,03846</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0,15833</td><td colspan="2">0,03927</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0,03938</td><td colspan="2">0,03938</td></tr>
<tr><td>5</td><td>0,68968</td><td colspan="2">0,03938</td></tr>
<tr><td>6</td><td>0,17415</td><td colspan="2">0,08411</td></tr>
<tr><td>7</td><td>0,74224</td><td colspan="2">0,15583</td></tr>
<tr><td>8</td><td>0,18518</td><td colspan="2">0,15614</td></tr>
<tr><td>9</td><td>0,15764</td><td colspan="2">0,15746</td></tr>
<tr><td>10</td><td>0,03927</td><td colspan="2">0,15764</td></tr>
<tr><td>11</td><td>0,15583</td><td colspan="2">0,15833</td></tr>
<tr><td>12</td><td>0,03938</td><td colspan="2">0,16031</td></tr>
<tr><td>13</td><td>0,68968</td><td colspan="2">0,16031</td></tr>
<tr><td>14</td><td>0,17240</td><td colspan="2">0,16031</td></tr>
<tr><td>15</td><td>0,74074</td><td colspan="2">0,16302</td></tr>
<tr><td>16</td><td>0,17268</td><td colspan="2">0,17240</td></tr>
<tr><td>17</td><td>0,29885</td><td colspan="2">0,17268</td></tr>
<tr><td>18</td><td>0,02452</td><td colspan="2">0,17415</td></tr>
<tr><td>19</td><td>0,15746</td><td colspan="2">0,18518</td></tr>
<tr><td>20</td><td>0,16302</td><td colspan="2">0,29885</td></tr>
<tr><td>21</td><td>0,08411</td><td colspan="2">0,68968</td></tr>
<tr><td>22</td><td>1,72442</td><td colspan="2">0,68968</td></tr>
<tr><td>23</td><td>0,16031</td><td colspan="2">0,74074</td></tr>
<tr><td>24</td><td>0,16031</td><td colspan="2">0,74224</td></tr>
<tr><td>25</td><td>0,16031</td><td colspan="2">1,05442</td></tr>
<tr><td colspan="2">Оценка по Т-критерию</td><td colspan="2">Оценка по G-критерию</td></tr>
<tr><td colspan="2">по min - T1</td><td colspan="2">по min G1(min)</td></tr>
<tr><td>T1-расч</td><td>T1-табл</td><td>G1-расч</td><td>G1-табл</td></tr>
<tr><td>0,860690</td><td>2,881000</td><td>0,980950</td><td>0,692300</td></tr>
<tr><td colspan="2">«нет ошибки»</td><td colspan="2">«нет ошибки»</td></tr>
<tr><td colspan="2">$$T_1 = \frac{\bar{x} - x_{1(\min)}}{\sqrt{S^2}}$$</td><td colspan="2">$$G_1 = \frac{\sum_{i=2}^{n}(x_i - \hat{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">по max - Tn</td><td colspan="2">по max - Tn</td></tr>
<tr><td>Tn-расч</td><td>Tn-табл</td><td>Gn-расч</td><td>Gn-табл</td></tr>
<tr><td>2,831877</td><td>2,881000</td><td>0,696896</td><td>0,692300</td></tr>
<tr><td colspan="2">«нет ошибки»</td><td colspan="2">«нет ошибки»</td></tr>
<tr><td colspan="2">$$T_n = \frac{x_{n(\max)} - \bar{x}}{\sqrt{S^2}}$$</td><td colspan="2">$$G_n = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$</td></tr>
</table>

Окончание табл. 4.1

| Критерии оценки однородности данных | | |
|---|---|---|
| Y-4-11- КТЛ | | |
| $T_i \leq C_{\alpha(\text{табл})}$ | $G_{1(min)} \leq C'_{\alpha,n}$ | $G_{n(max)} \leq C'_{\alpha,n}$ |
| Не содержит "грубых ошибок" | Содержит "грубые ошибоки" | |

Таблица 4.2

Расчёт частот по Y-КТЛ – коэффициенту текущей ликвидности

| Y-4-11- КТЛ | Расчёт частот. Как часто встречаются данные | | | |
|---|---|---|---|---|
| Y-4-11. КТЛ – коэф. оценки текущей ликвидности | | | Ctrl+Shift+Enter | Приложе-ния |
| Y-4-11- КТЛ | | | Y-4-11- КТЛ | |
| Номер | по интервалу:(min+dz)+dz | | Всего значений$\mu$ | Ступень по интерва-лу |
| интервала | Граница интервала | | | |
| 1 | 0,02452 | 0,15381 | 6,0 | |
| 2 | 0,154 | 0,28310 | 13,0 | |
| 3 | 0,283 | 0,41239 | 1,0 | |
| 4 | 0,412 | 0,54168 | 0,0 | |
| 5 | 0,542 | 0,67098 | 0,0 | |
| 6 | 0,671 | 0,80027 | 4,0 | |
| 7 | 0,800 | 0,92956 | 0,0 | |
| 8 | 0,930 | 1,05885 | 1,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,00000 | 0,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,00000 | 0,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,00000 | 0,0 | |
| 0 | 0,000 | 0,00000 | 0,0 | 0,1293 |
| 8 | Всего значений,% | | 25,0 | |
| Кол-во интервалов | | | Расчёт интервалов | Ступень |
| DZ-Размах варьирования | | Y-4-11- КТЛ | K=1+lg(N)/lg(2) | по интерва-лу |
| min | Интервал | max | K | dz=DZ/$К_{окрг}$ |
| | DZ=(max-min) (DZ) | | 7,965784 | 0,1293 |
| | 1,03 | | | |
| 0,0245 | 0,539 | 1,054 | | |

Таблица 5.1

Формирование исходных данных по оценке
Y-1-2. ЭФР – эффекта финансового рычага (финансовый левередж)
Проверка данных на однордность результатов наблюдений

| Y-1-2. ЭФР – эффекта финансового рычага | | |
|---|---|---|
| Номер наблюдений | Y-1-2. ЭФР | min-max |

Продолжить анализ и построение гистограмм

…………………………………………………..… Табл. 5.2
……………………………………………..…………..Табл. 6.1
…………………………………………………………Табл. 6.2

………………………………………………………………………….
.

**Оценка гипотез. Оценка гипотез по результатам анализа с применением полученных математических моделей**

Получение математической модели и оптимизация результатов. При формировании матричных таблиц по результатам наблюдений учтены результаты в натуральном и относительномисчислении[9]. В реализации планов многофакторных экспериментов можно получить математические модели в виде регрессионного ряда (полином второй степени). Учтено, что при выборе граничных значений факторов (максимальные и минимальные значения) учитывалась соразмерность величин экономических отчётных показателей РФ. При этом принимались во внимание показатели статистической оценки на однородность по $G_{max}$. – критерию Кохрена и выбранного уровня значимости (α=0,05). Для расчёта оцениваемых показателей и их статистической обработки установлены граничные значения, которые выбраны и оценены по системе критериев однородности и адекватности. После обращения к программе Plan.exe таблица, составленная по правилам сочетания всех факторов, будет иметь вид табл. 1.

[9]Одной из таких систем является система безразмерного (нормированного) относительного исчисления. В представленной работе для каждого показателя Yi(i = 1…n) определены наилучшие значения (максимальные или минимальные в зависимости от вида коэффициента) всех анализируемых показателей.

Таблица 7

Матрица для получения математических моделей (фрагмент)

Y 4_11_КТЛ далее – Блокнот

Файл Правка Формат Вид Справка

4
X-1-1 ОА
X-2-2 ВА
X-3-6-ЗК/СК
X-4-6 ОП
10000 40000
30000 60000
0.200 0.500
4.50E+07 1.50E+08
5
ОП-Y-6-17-КЭнЁмк
ОП-Y-5-17- Rm
ОП-Y-5-18- P?
ОП-Y-4-11
ОП-Y-1-2
4 4 4 4 4

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0.248 | 0.266 | 0.267 | 0.260 | 0.092 | 0.100 | 0.082 | 0.092 | 0.892 | 0.892 | 0.891 | 0.891 | 0.090 | 0.093 | 0.086 | 0.090 | 0.415 | 0.368 | 0.417 | 0.400 |
| -1 | 1 | 1 | 1 | 0.753 | 0.800 | 0.791 | 0.781 | 0.031 | 0.033 | 0.027 | 0.031 | 0.855 | 0.854 | 0.854 | 0.855 | 0.022 | 0.023 | 0.022 | 0.022 | 0.608 | 0.513 | 0.596 | 0.573 |
| 1 | -1 | 1 | 1 | 0.125 | 0.133 | 0.132 | 0.130 | 0.384 | 0.429 | 0.420 | 0.411 | 0.892 | 0.892 | 0.891 | 0.891 | 0.092 | 0.095 | 0.088 | 0.091 | 0.575 | 0.538 | 0.599 | 0.571 |
| -1 | -1 | 1 | 1 | 0.380 | 0.400 | 0.392 | 0.391 | 0.131 | 0.140 | 0.140 | 0.137 | 0.855 | 0.854 | 0.854 | 0.855 | 0.023 | 0.023 | 0.023 | 0.023 | 1.027 | 0.919 | 1.055 | 1.000 |
| 1 | 1 | -1 | 1 | 0.248 | 0.266 | 0.267 | 0.260 | 0.092 | 0.100 | 0.082 | 0.092 | 0.892 | 0.892 | 0.891 | 0.891 | 0.409 | 0.401 | 0.389 | 0.400 | 0.169 | 0.141 | 0.171 | 0.160 |
| -1 | 1 | -1 | 1 | 0.753 | 0.800 | 0.791 | 0.781 | 0.031 | 0.033 | 0.027 | 0.031 | 0.855 | 0.854 | 0.854 | 0.855 | 0.102 | 0.098 | 0.101 | 0.100 | 0.248 | 0.196 | 0.245 | 0.230 |
| 1 | -1 | -1 | 1 | 0.125 | 0.133 | 0.132 | 0.130 | 0.384 | 0.429 | 0.420 | 0.411 | 0.892 | 0.892 | 0.891 | 0.891 | 0.439 | 0.430 | 0.419 | 0.430 | 0.234 | 0.206 | 0.246 | 0.229 |
| -1 | -1 | -1 | 1 | 0.380 | 0.400 | 0.392 | 0.391 | 0.131 | 0.140 | 0.140 | 0.137 | 0.855 | 0.854 | 0.854 | 0.855 | 0.109 | 0.105 | 0.108 | 0.107 | 0.419 | 0.351 | 0.434 | 0.401 |
| 1 | 1 | 1 | -1 | 0.248 | 0.266 | 0.267 | 0.260 | 0.092 | 0.100 | 0.082 | 0.092 | 0.992 | 1.005 | 0.984 | 0.994 | 0.090 | 0.093 | 0.086 | 0.090 | 0.129 | 0.108 | 0.123 | 0.120 |
| -1 | 1 | 1 | -1 | 0.753 | 0.800 | 0.791 | 0.781 | 0.031 | 0.033 | 0.027 | 0.031 | 0.887 | 0.888 | 0.883 | 0.886 | 0.022 | 0.023 | 0.022 | 0.022 | 0.189 | 0.151 | 0.176 | 0.172 |
| 1 | -1 | 1 | -1 | 0.125 | 0.133 | 0.132 | 0.130 | 0.384 | 0.429 | 0.420 | 0.411 | 0.992 | 1.005 | 0.984 | 0.994 | 0.092 | 0.095 | 0.088 | 0.091 | 0.178 | 0.159 | 0.177 | 0.171 |
| -1 | -1 | 1 | -1 | 0.380 | 0.400 | 0.392 | 0.391 | 0.131 | 0.140 | 0.140 | 0.137 | 0.887 | 0.888 | 0.883 | 0.886 | 0.023 | 0.023 | 0.023 | 0.023 | 0.318 | 0.271 | 0.311 | 0.300 |
| 1 | 1 | -1 | -1 | 0.248 | 0.266 | 0.267 | 0.260 | 0.092 | 0.100 | 0.082 | 0.092 | 0.992 | 1.005 | 0.984 | 0.994 | 0.409 | 0.401 | 0.389 | 0.400 | 0.052 | 0.041 | 0.051 | 0.048 |
| -1 | 1 | -1 | -1 | 0.753 | 0.800 | 0.791 | 0.781 | 0.031 | 0.033 | 0.027 | 0.031 | 0.887 | 0.888 | 0.883 | 0.886 | 0.102 | 0.098 | 0.101 | 0.100 | 0.077 | 0.058 | 0.072 | 0.069 |
| 1 | -1 | -1 | -1 | 0.125 | 0.133 | 0.132 | 0.130 | 0.384 | 0.429 | 0.420 | 0.411 | 0.992 | 1.005 | 0.984 | 0.994 | 0.439 | 0.430 | 0.419 | 0.430 | 0.073 | 0.061 | 0.073 | 0.069 |
| -1 | -1 | -1 | -1 | 0.380 | 0.400 | 0.392 | 0.391 | 0.131 | 0.140 | 0.140 | 0.137 | 0.887 | 0.888 | 0.883 | 0.886 | 0.109 | 0.105 | 0.108 | 0.107 | 0.130 | 0.104 | 0.128 | 0.120 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0.164 | 0.176 | 0.176 | 0.172 | 0.169 | 0.185 | 0.157 | 0.170 | 0.930 | 0.932 | 0.927 | 0.930 | 0.173 | 0.177 | 0.165 | 0.172 | 0.237 | 0.207 | 0.240 | 0.228 |
| -1 | 0 | 0 | 0 | 0.979 | 1.026 | 0.995 | 1.000 | 0.030 | 0.030 | 0.027 | 0.029 | 0.853 | 0.852 | 0.852 | 0.852 | 0.014 | 0.013 | 0.015 | 0.014 | 0.460 | 0.373 | 0.450 | 0.428 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0.411 | 0.441 | 0.441 | 0.431 | 0.053 | 0.057 | 0.047 | 0.053 | 0.891 | 0.891 | 0.889 | 0.890 | 0.092 | 0.094 | 0.089 | 0.091 | 0.244 | 0.202 | 0.239 | 0.228 |
| 0 | -1 | 0 | 0 | 0.150 | 0.158 | 0.156 | 0.155 | 1.026 | 0.950 | 1.028 | 1.001 | 0.891 | 0.891 | 0.889 | 0.890 | 0.095 | 0.097 | 0.092 | 0.095 | 0.434 | 0.392 | 0.452 | 0.426 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0.281 | 0.300 | 0.299 | 0.293 | 0.100 | 0.108 | 0.092 | 0.100 | 0.891 | 0.891 | 0.889 | 0.890 | 0.049 | 0.050 | 0.047 | 0.049 | 0.408 | 0.361 | 0.407 | 0.392 |
| 0 | 0 | -1 | 0 | 0.281 | 0.300 | 0.299 | 0.293 | 0.100 | 0.108 | 0.092 | 0.100 | 0.891 | 0.891 | 0.889 | 0.890 | 1.095 | 0.884 | 1.022 | 1.000 | 0.031 | 0.032 | 0.033 | 0.032 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0.281 | 0.300 | 0.299 | 0.293 | 0.100 | 0.108 | 0.092 | 0.100 | 0.869 | 0.868 | 0.868 | 0.869 | 0.093 | 0.095 | 0.090 | 0.093 | 0.545 | 0.472 | 0.554 | 0.524 |
| 0 | 0 | 0 | -1 | 0.281 | 0.300 | 0.299 | 0.293 | 0.100 | 0.108 | 0.092 | 0.100 | 0.996 | 1.020 | 0.984 | 1.000 | 0.093 | 0.095 | 0.090 | 0.093 | 0.080 | 0.061 | 0.072 | 0.071 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0.281 | 0.300 | 0.299 | 0.293 | 0.100 | 0.108 | 0.092 | 0.100 | 0.891 | 0.891 | 0.889 | 0.890 | 0.093 | 0.095 | 0.090 | 0.093 | 0.313 | 0.267 | 0.313 | 0.297 |
| | | | | 0.9795 | 1.0259 | 0.9947 | 1.0000 | 1.0260 | 0.9502 | 1.0278 | 1.0013 | 0.9959 | 1.0204 | 0.9844 | 1.0002 | 1.0947 | 0.8836 | 1.0217 | 1.0000 | 1.0266 | 0.9187 | 1.0547 | 1.0000 |

После обработки по программе Planex результатов представленных данных получены уравнения регрессионного ряда и расчётная таблица показателей по предприятиям (табл. 6, 7 и 8).

Таблица 8

Вид уравнений после обработки данных

Y 4_11_КТЛ далее.txt

Файл Параметры Обработка Сервис Выход

```
ОП-Y-6-17-КЭнЁмк = 3,2451E-01
-2,149E-01 * X-1-1 ОА
+1,2369E-01 * X-2-2 ВА
+1,2684E-01 * X-1-1 ОА^2
-1,9732E-02 * X-2-2 ВА^2
-1,9544E-02 * X-3-6-ЗК/СК^2
-1,9544E-02 * X-4-6 ОП^2
-6,5062E-02 * X-1-1 ОА * X-2-2 ВА
--------------------------------------
ОП-Y-5-17- Rm = 1,933E-01
+7,6991E-02 * X-1-1 ОА
-1,5229E-01 * X-2-2 ВА
-5,8497E-02 * X-1-1 ОА^2
+1,5514E-01 * X-2-2 ВА^2
-5,8309E-02 * X-3-6-ЗК/СК^2
-5,8309E-02 * X-4-6 ОП^2
-5,325E-02 * X-1-1 ОА * X-2-2 ВА
--------------------------------------
ОП-Y-5-18- P? = 8,9421E-01
+3,4431E-02 * X-1-1 ОА
-3,6049E-02 * X-4-6 ОП
-2,0988E-03 * X-1-1 ОА^2
-2,4738E-03 * X-2-2 ВА^2
-2,4738E-03 * X-3-6-ЗК/СК^2
+1,9528E-02 * X-4-6 ОП^2
-1,7688E-02 * X-1-1 ОА * X-4-6 ОП
--------------------------------------
ОП-Y-4-11 = 1,8939E-01
+8,6933E-02 * X-1-1 ОА
-4,155E-03 * X-2-2 ВА
-1,4831E-01 * X-3-6-ЗК/СК
-6,0335E-02 * X-1-1 ОА^2
-6,021E-02 * X-2-2 ВА^2
+1,5549E-01 * X-3-6-ЗК/СК^2
-6,0398E-02 * X-4-6 ОП^2
-6,0719E-02 * X-1-1 ОА * X-3-6-ЗК/СК
--------------------------------------
ОП-Y-1-2 = 2,9437E-01
-6,8989E-02 * X-1-1 ОА
-6,8498E-02 * X-2-2 ВА
+1,2447E-01 * X-3-6-ЗК/СК
+1,5671E-01 * X-4-6 ОП
+1,7144E-02 * X-1-1 ОА^2
+1,6769E-02 * X-2-2 ВА^2
-4,0797E-02 * X-3-6-ЗК/СК^2
+2,9203E-02 * X-1-1 ОА * X-2-2 ВА
-2,9266E-02 * X-1-1 ОА * X-3-6-ЗК/СК
-2,9078E-02 * X-2-2 ВА * X-3-6-ЗК/СК
-3,6922E-02 * X-1-1 ОА * X-4-6 ОП
-3,6672E-02 * X-2-2 ВА * X-4-6 ОП
+6,6672E-02 * X-3-6-ЗК/СК * X-4-6 ОП
--------------------------------------
```

Таблица 9

Расчётные результаты по показателям оценки*

| Наименование | Наименование показателей, относительные единицы | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| предприятия | ОП-Y-6-17-КЭнЁмк | ОП-Y-5-17- Rm | ОП-Y-5-18- Рτ | ОП-Y-4-11 | ОП-Y-1-2 |
| Урал АЗ | 0,383 | 0,299 | 0,909 | 0,510 | 0,159 |
| Камаз | 0,339 | 0,274 | 0,883 | 0,237 | 0,207 |
| Строй-Hous | 0,276 | 0,434 | 0,909 | 0,163 | 0,231 |
| ПромСтрой | 0,341 | 0,280 | 0,937 | 0,186 | 0,283 |
| ПромСервис | 0,260 | 0,168 | 0,890 | 0,222 | 0,305 |
| ЧелМет | 0,293 | 0,432 | 0,890 | 0,165 | 0,359 |
| ТрубоДеталь | 0,223 | 0,423 | 0,889 | 0,193 | 0,412 |
| ЖКХ-Сервис | 0,196 | 0,217 | 0,892 | 0,168 | 0,484 |
| Автосервис | 0,329 | 0,170 | 0,915 | 0,246 | 0,150 |
| Рекомендация-1* | 0,526 | 0,324 | 0,867 | 0,324 | 0,212 |
| Рекомендация-2** | 0,384 | 0,354 | 0,887 | 0,349 | 0,216 |
| Натуральные величины | 1,837 | 0,085 | 0,965 | 0,559 | 318,557 |
| рекомендаций | 1,339 | 0,077 | 0,944 | 0,601 | 325,290 |
| | Y-6-17-КЭнЁмк | Y-5-17- Rm | Y-5-18- Рτ | Y-4-11- КТЛ | Y-1-2- ЭФР |

*Обозначения см. табл. 2.

Таблица10

Расчётные результаты по «критичным»показателелямоценки (оценка оптимизации)

| Определение критичного показателя по варианту | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Определение критичного показателя | | | Номер по п.п. | Наименование |
| Вид "критичного показателя" | min Y-ОП | Оценка оптима по Y | | предприятия |
| ОП-Y-1-2 | 0,159 | "no Optim" | 1 | Урал АЗ |
| ОП-Y-1-2 | 0,207 | "no Optim" | 2 | Камаз |
| ОП-Y-4-11 | 0,163 | "no Optim" | 3 | Строй-Hous |
| ОП-Y-4-11 | 0,186 | "no Optim" | 4 | ПромСтрой |
| ОП-Y-5-17- Rm | 0,168 | "no Optim" | 5 | ПромСервис |
| ОП-Y-4-11 | 0,165 | "no Optim" | 6 | ЧелМет |
| ОП-Y-4-11 | 0,193 | "no Optim" | 7 | ТрубоДеталь |
| ОП-Y-4-11 | 0,168 | "no Optim" | 8 | ЖКХ-Сервис |
| ОП-Y-1-2 | 0,150 | "no Optim" | 9 | Автосервис |
| ОП-Y-1-2 | 0,212 | "Optim" | 10 | Рекомендация-1* |
| ОП-Y-1-2 | 0,216 | "Optim" | 11 | Рекомендация-2** |
| Y-1-2- ЭФР | 318,56 | | | Натуральные величины |
| Y-1-2- ЭФР | 325,29 | | | рекомендаций |

***Оценка вариантов гипотез.*** Постановка экспертной задачи. Произвести экспертную оценку результатов расчёта по полученным математическим моделям с вероятностью α=0,05 совокупности проверочных данных оптимизированных величин по функции критичного показателя ***ОП-Y-1-2 ЭФР***с неизвестными средними $\mu_1$и $\mu_2$ *(два варианта рекомендаций)*. Задача заключается в том, чтобы определить разницу между рекомендациями «нормальной» экономической средой, которая должна быть выше доходности инвестиций (рекомендации «Минфина», см. таблицу результатов).

*Сравнительная таблица результатов*. Рекомендации
по «критчной» величине

| Рекомендации Минфина | | | Рекомендации по модели | |
|---|---|---|---|---|
| ОП-Y-1-2 | | НВ-Y-1-2- ЭФР | ОП-Y-1-2 | НВ-Y-1-2- ЭФР |
| Вариант -1 | 0,014 | | 0,212 | 318,56 |
| Вариант -2 | | | 0,216 | 325,29 |
| Разница в относительном исчислении соствивит 0,200=(0,212+0,216)/2-0,014 | | | | |

Необходимо оценить гипотезу: будет ли вывполнено условие отличия разработанных рекомендаций и рекомендациями «Минфина» – γ=0,200. При этом величины дисперсий $\sigma_1^2$ или $\sigma_2^2$либо известны, либо определены расчетом. Количество выборок составило $n_1 = 26$ и $n_2 = 26$

Таблица 11

## Формирование данных и результат оценки гипотез

| Таблица исходных данных.Оценка рекомендаций. | t0(Sp)(табл.6) | -25,846 |
|---|---|---|
| Количество наблюдений | to(S) (табл.6) | 0,000 |

| Величина | $Y_1$ | $Y_2$ | $Y_3$ | $Y_4$ | $Y_5$ | $Y_6$ | $Y_7$ | $Y_8$ | $Y_9$ | $Y_{10}$ | $Y_{11}$ | $Y_{12}$ | $Y_{13}$ | $Y_{14}$ | $Y_{15}$ | $Y_{16}$ | $Y_{17}$ | $Y_{18}$ | $Y_{19}$ | $Y_{20}$ | $Y_{21}$ | $Y_{22}$ | $Y_{23}$ | $Y_{24}$ | $Y_{25}$ | $Y_{26}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Рекомендации по "критчной " величине В-2** | 0,2163 | 0,2453 | 0,2053 | 0,2003 | 0,1850 | 0,2850 | 0,2050 | 0,1750 | 0,1850 | 0,1980 | 0,2380 | 0,2118 | 0,2038 | 0,2580 | 0,2080 | 0,2220 | 0,2380 | 0,2110 | 0,2310 | 0,1950 | 0,2200 | 0,2280 | 0,1980 | 0,1810 | 0,2480 | 0,2310 |
| Рекомендации по "критчной " величине В-1* | 0,2118 | 0,2280 | 0,2000 | 0,1900 | 0,2400 | 0,2100 | 0,2400 | 0,2000 | 0,1850 | 0,1950 | 0,2250 | 0,2550 | 0,1850 | 0,1785 | 0,1985 | 0,2485 | 0,1985 | 0,2185 | 0,2400 | 0,2265 | 0,1885 | 0,1785 | 0,1585 | 0,2095 | 0,2885 | 0,2185 |
| ко-во выборок n $_{Yi-1}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| ко-во выборок n $_{Yi-2}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Оценка по Z-критерию | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| Расчётные величины исходных данных | | | | | | | | Задать CONST критерии | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ко-во выборок n | Рекомендации по "критчной " величине В-2** | $\sigma_1^2$ | $\sigma_2^2$ | $S_1^2$ | $S_2^2$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\gamma$=(НВ(60)-[н]) | $\alpha$ |
| 26,0 | 0,2163 | 0,00064 | | 0,00067 | | н/н | н/н | 0,200 | 0,050 |
| 26,0 | 0,2122 | | 0,00079 | | 0,00083 | | | | |
| Ко-во выборок n | Рекомендации по "критчной " величине В-1* | Расчётные формулы | | | | | 0,014 | 0,214 | Рекомендации по модели |
| Существующая | 0,004 | | | | | | | 0,014 | Рекомендации Минфина (>0) |
| Разница для справки | | | | | | | | 0,200 | РЗН=2мсц-Нрм |
| | | | | | | | | | |
| "optim" | | | | | | | | | |
| "гипотеза подтверждена" | | | | | | | | | |

Таблица 12

## Результаты оценки гипотез

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Оценка равенства гипотез дисперсии совокупности при наличии двух нормальных случайных переменных с неизвестными средними $\mu_1$ и $\mu_2$ отличающиеся друг от друга на постоянную величину $\gamma$ и известными дисперсиями $\sigma_1^2$ $\sigma_2^2$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Номер | Расчётные величины статистики (Расчётные формулы и показатели табл.5 и табл.6) | | | | | | | | | $\sigma_1^2 \# \sigma_2^2$ | $\sigma_1^2=\sigma_2^2$ | Исходные данные | | | | | | | |
| варианта | $Z_{o(\gamma=\text{см.зад})}$ (табл.5) | $S_p$ (табл.6) | $S_p^2$ (табл.6) | $t_{0(Sp)}$(табл.6) | $t_{o(S)}$ (табл.6) | $\sigma_1^2$ | $\sigma_2^2$ | $S_1^2$ | $S_2^2$ | $\nu_S$ | $\nu_{SP}$ | $Y_{1(ср)}$ | $Y_{2(ср)}$ | $n_1$ | $n_2$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\gamma$=(РВ-[н]) | $\alpha$ |
| | -26,358 | 0,03 | 0,001 | -25,846 | 0,000 | 0,001 | 0,001 | 0,00 | 0,00 | 0,000 | 50 | 0,22 | 0,21 | 26 | 26 | н/н | н/н | 0,2000 | 0,05 |
| | Значение статистики | $S_P=\sqrt{S_P^2}$ | | Значение статистики | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $Z_{o(\gamma)}=\frac{\bar{y}_1-\bar{y}_2-\gamma}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ | | $S_p^2=\frac{(n_1-1)\cdot S_1^2+(n_2-1)\cdot S_2^2}{n_1+n_2-2}$ | $t_{o(S_P)}=\frac{\bar{y}_1-\bar{y}_2-\gamma}{S_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$ | $t_{o(S)}=\frac{\bar{y}_1-\bar{y}_2-\gamma}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}$ | По результату расчёта | | | | степень свободы | | | | | | | | | |
| Оценка по Z-критерию | | | | | | | | | | $\nu_{(S)}=\left(\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1+1}\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2+\frac{1}{n_2+1}\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}\right)-2$ | $\nu_{(Sp)}=n_1+n_2-2$ | | | | | | | | |
| ипотеза подтверждена" | | | | $\sigma_1^2=\sigma_2^2$ | $\sigma_1^2 \# \sigma_2^2$ | | | | | | | | | | | | | | |
| " optim" | Частное условие проверки гипотез $\begin{cases}H_0: \mu_1-\mu_2=\gamma\\ H_1: \mu_1-\mu_2\neq\gamma\end{cases}$ при α/2 ($Z_{\alpha/2}$) | | | | | | Частное условие проверки гипотез $Z_0<-Z_\alpha$ при α ($Z_\alpha$) | | | | | | Частное условие проверки гипотез при α ($Z_\alpha$) | | | | | | |
| | Критерий отклонения | $\lvert Z_0\rvert>Z_{\alpha/2}$ | Числовое значение статистики (табл. 2), | | | | Критерий отклонения $Z_0<-Z_\alpha$ | | Числовое значение статистики (табл. 2), | | | | Критерий отклонения | | Числовое значение статистики (табл. 2), | | | | |
| Справка по $Z_o$-критерию | отклоняется | принимается | которое можно представить | $Z_o=Z_{o(ЦЧ)}+Z_{o(дробь)}$ | | | отклоняется | принимается | которое можно представить | $Z_o=Z_{o(ЦЧ)}+Z_{o(дробь)}$ | | | отклоняется | принимается | которое можно представить | | | | |
| Скорее "не равно",чем "равно" | проверка гипотез | | $Z_{o(\gamma)}$ | $Z_{o(цч)}$ | $Z_{o(дробь)}$ | табл.($Z_{\alpha/2}$) табл2 | проверка гипотез | | $Z_{o(\gamma)}$ | $Z_{o(цч)}$ | $Z_{o(дробь)}$ | табл.(-Zα) табл2 | проверка гипотез | | $Z_{o(\gamma)}$ | $Z_{o(цч)}$ | $Z_{o(дробь)}$ | табл.(Zα) табл2 | |
| Скорее "меньше",чем "равно" | $H_0: \mu_1-\mu_2=\gamma$ | $H_1: \mu_1-\mu_2\neq\gamma$ | -26,358 | -27,200 | 0,842 | 0,99992 | $H_0: \mu_1-\mu_2=\gamma$ | $H_1: \mu_1-\mu_2<\gamma$ | -26,358 | -27,200 | 0,842 | -1,99984 | $H_0: \mu_1-\mu_2=\gamma$ | $H_1: \mu_1-\mu_2>\gamma$ | -26,358 | -27,200 | 0,842 | 1,99984 | |
| Скорее "равно",чем "больше" | отклоняется | принимается | | | | | отклоняется | принимается | | | | | принимается | отклоняется | | | | | |
| Вывод по | "НЕ РАВНО" | 0,2000 | | | | | "МЕНЬШЕ" | 0,2 | | | | | "РАВНО" | 0,2 | | | | | |
| А надо: равно или меньше! | Скорее "не равно",чем "равно" | | Скорее "не равно",чем "равно" | | | | Скорее "меньше",чем "равно" | | | | | | Скорее "равно",чем "больше" | | | | | | |
| Оценка по Z-критерию | Оценка по t критерию: образец | | | | Оценка по t критерию: образец | | | | | Оценка по t критерию: образец | | | | | Оценка по t критерию: образец | | | | |
| $\lvert t_0\rvert>t_{\alpha/2;\nu}$ | Частное условие проверки гипотез $\begin{cases}H_0: \mu_1-\mu_2=\gamma\\ H_1: \mu_1-\mu_2\neq\gamma\end{cases}$ при α/2 ($t_{\alpha/2;n}$) | | | | | | Частное условие проверки гипотез $\begin{cases}H_0: \mu_1-\mu_2=\gamma\\ H_1: \mu_1-\mu_2<\gamma\end{cases}$ при α ($t_{\alpha;n}$) | | | | | | Частное условие проверки гипотез при α ($t_{\alpha;n}$) | | | | | | |
| | Критерий отклонения | $\lvert t_0\rvert>t_{\alpha/2;\nu}$ | Числовое значение статистики (табл. 3), | | | | Критерий отклонения | $t_0<-t_{\alpha;\nu}$ | Числовое значение статистики (табл. 3), | | | | Критерий отклонения | | Числовое значение статистики (табл. 3), | | | | |
| Справка по t o-критерию | отклоняется | принимается | которое можно представить | | | | отклоняется | принимается | которое можно представить | | | | отклоняется | принимается | которое можно представить | | | | |
| Скорее "не равно",чем "равно" | проверка гипотез | | $t_{o(S)(Sp)}$ | ν-степень свободы | заданное α | табл.($t_{\alpha/2;n}$) табл.3 | проверка гипотез | | $t_{o(S)(Sp)}$ | ν-степень свободы | заданное α | табл.($t_{\alpha;n}$) табл.3 | проверка гипотез | | $t_{o(S)(Sp)}$ | ν-степень свободы | заданное α | табл.($t_{\alpha;\nu}$) табл.3 | |
| Скорее "меньше",чем "равно" | $H_0: \mu_1-\mu_2=\gamma$ | $H_1: \mu_1-\mu_2\neq\gamma$ | -25,846 | 50,000 | 0,050 | 2,86000 | $H_0: \mu_1-\mu_2=\gamma$ | $H_1: \mu_1-\mu_2<\gamma$ | -25,846 | 50,000 | 0,050 | -5,72000 | $H_0: \mu_1-\mu_2=\gamma$ | $H_1: \mu_1-\mu_2>\gamma$ | -25,846 | 50,000 | 0,050 | 5,72000 | |
| Скорее "равно",чем "больше" | отклоняется | принимается | | | | | отклоняется | принимается | | | | | принимается | отклоняется | | | | | |
| Вывод по | "НЕ РАВНО" | 0,200 | | | | | "МЕНЬШЕ" | 0,2 | | | | | "РАВНО" | 0,2 | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| А надо: равно или меньше! | Скорее "не равно",чем "равно" | | | | | | Скорее "меньше",чем "равно" | | | | | | Скорее "равно",чем "больше" | | | | | | |

Основные выводы. Отсюда вывод – нулевая гипотеза $H_0$: $\mu_1-\mu_2=\gamma$ не может быть отклонена. Таким образом, по всем вариантам «отклонения» нулевой гипотезы по Z и t-критериям можно принять (нулевая гипотеза «не отклонена»).

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Lothar ZaksStatististheAuswertungsmethoden/ Springer VerlaG, Berlin Heiderberg, New York, 1976.

2. Taylor, Brook, Methodus Incrementorum Directaet Inversa [Directand Reverse Methods of Incrementation] (London, 1715), pages 21-23 (Proposition VII, Theorem 3, Corollary 2). Translatedinto Englishin D. J. Struik, A Source BookinMathematics 1200–1800 (Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1969). – P. 329–332.

3. Андронов, А.М. Теория вероятностей и математическая статистика Текст. / А.М. Андронов, Е.Л. Копытов, Л.Я. Гринглаз. – СПб.: Питер, 2004. – 464 с. – 1. BN 5-94723-615-X.

4. Гурлев В.Г., Хомякова Т.С. Математическая обработка результатов по судебно-экономичесукой экспертизе: учебное пособие. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2018. – 95 с.

5. Гурлев В.Г., Хомякова Т.С. Статистика. Математическое моделирование и принятие управленческих решений: учебное пособие. – Челябинск, Издательский центр ЮУрГУ, 2012. – 95 с.

6. Гурлев В.Г., Хомякова Т.С. Теория ошибок и математическая обработка результатов экспертных исследований предприятия: учебное пособие. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2016. – 90 с.

7. Программный комплекс управления и регистрации жилого фонда – Houserecordfor Windows / Гурлев В.Г., Хомякова Т.С., Атаманченко Т.И.; Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2015660576; заявл. 17.08.15; регистр. 02.10.15, заявка № 2015617537.

8. Указ Президента РФ от 13.05.2017 №208 «О Стратегии экономической безопасности Российской Федерации на период до 2030 года».

9. Хомякова Т.С., Гурлев В.Г. Разработка и реализация программно-математического комплекса экономической оценки и управления жилищно-коммунальным хозяйством // Региональная экономика: теория и практика. – ООО издательский дом «Финансы и кредит», 8(191) – 2011. – С. 38–41.